**直接证明与间接证明练习题-高中数学选修1-2第二章**

1．已知*y*>*x*>0，且*x*＋*y*＝1，那么

(　　)．

A．*x*<<*y*<2*xy* B．2*xy*<*x*<<*y*

C．*x*<<2*xy*<*y* D．*x*<2*xy*<<*y*

解析　∵*y*>*x*>0，且*x*＋*y*＝1，∴设*y*＝，*x*＝，

则＝，2*xy*＝，∴*x*<2*xy*<<*y*，故选D.

答案　D

2．已知函数*f*(*x*)＝lg，若*f*(*a*)＝*b*，则*f*(－*a*)等于

(　　)．

A．*b* B．－*b* C. D．－

解析　∵*f*(－*x*)＝lg＝－*f*(*x*)，∴函数*f*(*x*)是奇函数，∴*f*(－*a*)＝－*f*(*a*)＝－*b*.

答案　B

3．已知角*A*、*B*为△*ABC*的内角，则*A*>*B*是sin *A*>sin *B*的

(　　)．

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

解析　由正弦定理＝，又*A*、*B*为三角形的内角，∴sin *A*>0，sin *B*>0，∴sin *A*>sin *B*⇔2*R*sin *A*>2*R*sin *B*⇔*a*>*b*⇔*A*>*B*.

答案　C

4．设**e**1、**e**2是两个不共线的向量，＝**2e**1＋*k***e**2，*C*＝**e**1＋3**e**2，若*A*、*B*、*C*三点共线，则*k*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　*A*、*B*、*C*三点共线，则＝*λ*，

即2**e**1＋*k***e**2＝*λ*(**e1**＋**3e2**)．

∴*λ*＝2，*k*＝6.

答案　6

5．若0＜*a*＜1,0＜*b*＜1，且*a*≠*b*，则*a*＋*b*、2，*a*2＋*b*2,2*ab*中最大的是\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析　由0＜*a*＜1,0＜*b*＜1，

且*a*≠*b*，得*a*＋*b*＞2，*a*2＋*b*2＞2*ab*.

又*a*＞*a*2，*b*＞*b*2，

知*a*＋*b*＞*a*2＋*b*2，从而*a*＋*b*最大．

答案　*a*＋*b*

6．已知*a*＞*b*＞*c*，求证：＋≥.

证明　*a*＞*b*＞*c*⇒*a*－*b*＞0，*b*－*c*＞0，*a*－*c*＞0⇒

⇒(*a*－*c*)≥2 ·

2 ＝4

⇒＋≥.当且仅当*a*－*b*＝*b*－*c*，即*a*＋*c*＝2*b*时，取“＝”．

7．已知*a*>0，且*a*≠1，*P*＝log*a*(*a*3＋1)，*Q*＝log*a*(*a*2＋1)，则*P*，*Q*的大小关系是

(　　)．

A．*P*>*Q* B．*P*＝*Q*

C．*P*<*Q* D．与*a*的值有关

解析　当*a*>1时，*a*3＋1>*a*2＋1，所以*P*>*Q*；当0<*a*<1时，*a*3＋1<*a*2＋1，所以*P*>*Q*.

答案　A

8．若定义在**R**上的二次函数*f*(*x*)＝*ax*2－4*ax*＋*b*在区间[0,2]上是递增函数，且*f*(*m*)≥*f*(0)，则实数*m*的取值范围是

(　　)．

A．0≤*m*≤4 B．0≤*m*≤2

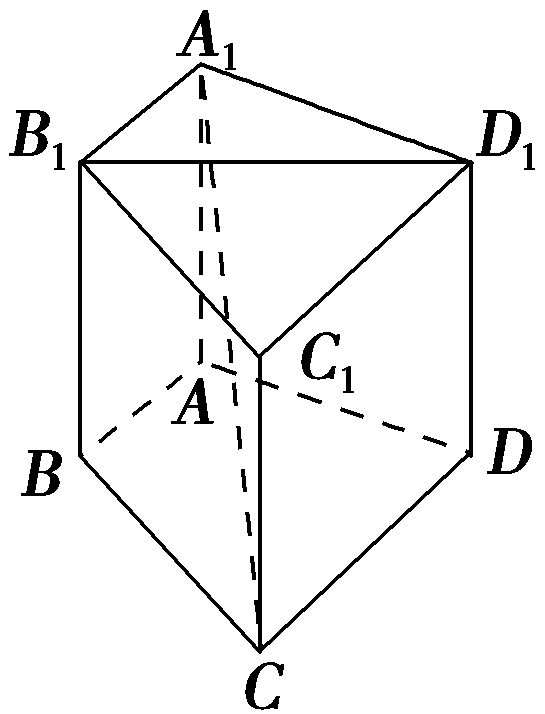
C．*m*≤0 D．*m*≤0或*m*≥4

解析　∵二次函数*f*(*x*)＝*ax*2－4*ax*＋*b*的对称轴为*x*＝2，又*f*(*x*)在[0,2]上是递增函数，

∴*a*＜0，∵*f*(*m*)≥*f*(0)，∴0≤*m*≤4.

答案　A

9．如图所示，在直四棱柱*A*1*B*1*C*1*D*1*ABCD*中，当底面四边形*ABCD*满足条件\_\_\_\_\_\_\_\_时，有*A*1*C*⊥*B*1*D*1(注：填上你认为正确的一个条件即可，不必考虑所有可能的情形)．



解析　本题答案不唯一，要证*A*1*C*⊥*B*1*D*1，

只需证*B*1*D*1垂直于*A*1*C*所在的平面*A*1*CC*1，

因为该四棱柱为直四棱柱，所以*B*1*D*1⊥*CC*1，

故只需证*B*1*D*1⊥*A*1*C*1即可．

答案　对角线互相垂直

10．若平面内有＋＋＝0，且||＝||＝||，则△*P*1*P*2*P*3一定是\_\_\_\_\_\_\_\_(形状)三角形．

解析　可结合图形，利用向量的几何意义加以解决．

答案　等边

11．在△*ABC*中，三个内角*A*、*B*、*C*对应的边分别为*a*、*b*、*c*，且*A*、*B*、*C*成等差数列，*a*、*b*、*c*成等比数列，求证：△*ABC*为等边三角形．

证明　由*A*、*B*、*C*成等差数列，有2*B*＝*A*＋*C*. ①

因为*A*、*B*、*C*为△*ABC*的内角，所以*A*＋*B*＋*C*＝π. ②

由①②，得*B*＝. ③

由*a*、*b*、*c*成等比数列，有*b*2＝*ac*. ④

由余弦定理及③，

可得*b*2＝*a*2＋*c*2－2*ac*cos *B*＝*a*2＋*c*2－*ac*.

再由④，得*a*2＋*c*2－*ac*＝*ac*，

即(*a*－*c*)2＝0，因此*a*＝*c*，

从而有*A*＝*C*. ⑤

由②③⑤，得*A*＝*B*＝*C*＝，所以△*ABC*为等边三角形．

12．(创新拓展)已知数列{*an*}为等比数列，*a*2＝6，*a*5＝162.

(1)求数列{*an*}的通项公式；

(2)设*Sn*是数列{*an*}的前*n*项和，证明：≤1.

(1)解　设等比数列{*an*}的公比为*q*，则*a*2＝*a*1*q*，*a*5＝*a*1*q*4，

依题意，得方程组

解得*a*1＝2，*q*＝3，∴*an*＝2·3*n*－1

(2)证明　∵*Sn*＝＝3*n*－1，

∴＝

≤＝1，

即≤1.