**导数在研究函数中的应用题库及答案-高中数学选修1-1第三章**

一、选择题

1．命题甲：对任意*x*∈(*a*，*b*)，有*f*′(*x*)>0；命题乙：*f*(*x*)在(*a*，*b*)内是单调递增的．则甲是乙的(　　)

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

2．若在区间(*a*，*b*)内，*f*′(*x*)>0，且*f*(*a*)≥0，则在(*a*，*b*)内有(　　)

A．*f*(*x*)>0 B．*f*(*x*)<0

C．*f*(*x*)＝0 D．不能确定

3．下列函数中，在(0，＋∞)内为增函数的是(　　)

A．sin *x* B．*x*e*x*

C．*x*3－*x* D．ln *x*－*x*

4．函数*f*(*x*)＝2*x*－sin *x*在(－∞，＋∞)上是(　　)

A．增函数 B．减函数

C．先增后减 D．不确定

5．定义在**R**上的函数*f*(*x*)，若(*x*－1)·*f*′(*x*)<0，则下列各项正确的是(　　)

A．*f*(0)＋*f*(2)>2*f*(1)

B．*f*(0)＋*f*(2)＝2*f*(1)

C．*f*(0)＋*f*(2)<2*f*(1)

D．*f*(0)＋*f*(2)与2*f*(1)大小不定

6．函数*y*＝*ax*－ln *x*在(，＋∞)内单调递增，则*a*的取值范围为(　　)

A．(－∞，0]∪[2，＋∞) B．(－∞，0]

C．[2，＋∞) D．(－∞，2]

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题　号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 答　案 |  |  |  |  |  |  |

二、填空题

7．函数*f*(*x*)＝*x*3－15*x*2－33*x*＋6的单调减区间是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

8．已知*f*(*x*)＝*ax*3＋3*x*2－*x*＋1在**R**上是减函数，则*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

9．使*y*＝sin *x*＋*ax*在**R**上是增函数的*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题

10．求函数*f*(*x*)＝2*x*2－ln *x*的单调区间．

11.(1)已知函数*f*(*x*)＝*x*3＋*bx*2＋*cx*＋*d*的单调减区间为[－1,2]，求*b*，*c*的值．

(2)设*f*(*x*)＝*ax*3＋*x*恰好有三个单调区间，求实数*a*的取值范围．

能力提升

12．判断函数*f*(*x*)＝(*a*＋1)ln *x*＋*ax*2＋1的单调性．

13．已知函数*f*(*x*)＝*x*3－*ax*－1.

(1)若*f*(*x*)在实数集**R**上单调递增，求实数*a*的取值范围；

(2)是否存在实数*a*，使*f*(*x*)在(－1,1)上单调递减？若存在，求出*a*的取值范围；若不存在，请说明理由．



1．利用导数的正负与函数单调性的关系可以求函数的单调区间；在求函数单调区间时，只能在定义域内讨论导数的符号．

2．根据函数单调性可以求某些参数的范围．

**答案**

1．A　[*f*(*x*)＝*x*3在(－1,1)内是单调递增的，但*f*′(*x*)＝3*x*2≥0(－1<*x*<1)，故甲是乙的充分不必要条件．]

2．A　[因为*f*(*x*)在(*a*，*b*)上为增函数，∴*f*(*x*)>*f*(*a*)≥0.]

3．B　[A中，*y*′＝cos *x*，当*x*>0时，*y*′的符号不确定；B中，*y*′＝e*x*＋*x*e*x*＝(*x*＋1)e*x*，当*x*>0时，*y*′>0，故在(0，＋∞)内为增函数；C中：*y*′＝3*x*2－1，当*x*>0时，*y*′>－1；D中，*y*′＝－1，当*x*>0时，*y*′>－1.]

4．A　[*f*′(*x*)＝2－cos *x*，∵cos *x*≤1，

∴*f*′(*x*)>0，∴*f*(*x*)在(－∞，＋∞)上是增函数．]

5．C　[当*x*>1时，*f*′(*x*)<0，*f*(*x*)是减函数，

∴*f*(1)>*f*(2)．

当*x*<1时，*f*′(*x*)>0，*f*(*x*)是增函数，

∴*f*(0)<*f*(1)．

因此*f*(0)＋*f*(2)<2*f*(1)．]

6．C　[∵*y*′＝*a*－，函数*y*＝*ax*－ln *x*在内单调递增，

∴函数在(，＋∞)上*y*′≥0，即*a*－≥0，

∴*a*≥.由*x*>得<2，

要使*a*≥恒成立，只需*a*≥2.]

7．(－1,11)

解析　∵*f*′(*x*)＝3*x*2－30*x*－33

＝3(*x*＋1)(*x*－11)．

由*f*′(*x*)<0，得－1<*x*<11，

∴*f*(*x*)的单减区间为(－1,11)．

8．(－∞，－3]

解析　*f*′(*x*)＝3*ax*2＋6*x*－1≤0恒成立

⇔，即，

∴*a*≤－3.

9．[1，＋∞)

解析　∵*f*′(*x*)＝cos *x*＋*a*≥0，∴*a*≥－cos *x*，

又－1≤cos *x*≤1，∴*a*≥1.

10．解　由题设知函数*f*(*x*)的定义域为(0，＋∞)．

*f*′(*x*)＝4*x*－＝，

由*f*′(*x*)>0，得*x*>，由*f*′(*x*)<0，

得0<*x*<，

∴函数*f*(*x*)＝2*x*2－ln *x*的单调增区间为，单调减区间为.

11．解　(1)∵函数*f*(*x*)的导函数*f*′(*x*)＝3*x*2＋2*bx*＋*c*，

由题设知－1<*x*<2是不等式3*x*2＋2*bx*＋*c*<0的解集．

∴－1,2是方程3*x*2＋2*bx*＋*c*＝0的两个实根，

∴－1＋2＝－*b*，(－1)×2＝，

即*b*＝－，*c*＝－6.

(2)∵*f*′(*x*)＝3*ax*2＋1，且*f*(*x*)有三个单调区间，

∴方程*f*′(*x*)＝3*ax*2＋1＝0有两个不等的实根，

∴*Δ*＝02－4×1×3*a*>0，∴*a*<0.

∴*a*的取值范围为(－∞，0)．

12．解　由题意知*f*(*x*)的定义域为(0，＋∞)，

*f*′(*x*)＝＋2*ax*＝.

①当*a*≥0时，*f*′(*x*)>0，故*f*(*x*)在(0，＋∞)上单调递增．

②当*a*≤－1时，*f*′(*x*)<0，故*f*(*x*)在(0，＋∞)上单调递减．

③当－1<*a*<0时，令*f*′(*x*)＝0，

解得*x*＝，

则当*x*∈时，*f*′(*x*)>0；

当*x*∈时，*f*′(*x*)<0.

故*f*(*x*)在上单调递增，

在上单调递减．

综上，当*a*≥0时，*f*(*x*)在(0，＋∞)上单调递增；

当*a*≤－1时，*f*(*x*)在(0，＋∞)上单调递减；

当－1<*a*<0时，*f*(*x*)在上单调递增，在上单调递减．

13．解　(1)由已知，得*f*′(*x*)＝3*x*2－*a*.

因为*f*(*x*)在(－∞，＋∞)上是单调增函数，

所以*f*′(*x*)＝3*x*2－*a*≥0在(－∞，＋∞)上恒成立，即*a*≤3*x*2对*x*∈(－∞，＋∞)恒成立．

因为3*x*2≥0，所以只需*a*≤0.

又*a*＝0时，*f*′(*x*)＝3*x*2≥0，*f*(*x*)在实数集**R**上单调递增，所以*a*≤0.

(2)假设*f*′(*x*)＝3*x*2－*a*≤0在(－1,1)上恒成立，

则*a*≥3*x*2在*x*∈(－1,1)时恒成立．

因为－1<*x*<1，所以3*x*2<3，所以只需*a*≥3.

当*a*＝3时，在*x*∈(－1,1)上，*f*′(*x*)＝3(*x*2－1)<0，

即*f*(*x*)在(－1,1)上为减函数，所以*a*≥3.

故存在实数*a*≥3，使*f*(*x*)在(－1,1)上单调递减．