**导数的计算解题方法与技巧-高中数学选修1-1第三章**

导数是中学限选内容中较为重要的知识，本节内容主要是在导数的定义，常用求等公式.四则运算求导法则和复合函数求导法则等问题上对考生进行训练与指导.

●难点磁场

(★★★★★)已知曲线*C*：*y*=*x*3－3*x*2+2*x*,直线*l*:*y*=*kx*,且*l*与*C*切于点(*x*0,*y*0)(*x*0≠0)，求直线*l*的方程及切点坐标.

●案例探究

［例1］求函数的导数：



命题意图：本题3个小题分别考查了导数的四则运算法则，复合函数求导的方法，以及抽象函数求导的思想方法.这是导数中比较典型的求导类型，属于★★★★级题目.

知识依托：解答本题的闪光点是要分析函数的结构和特征，挖掘量的隐含条件，将问题转化为基本函数的导数.

错解分析：本题难点在求导过程中符号判断不清，复合函数的结构分解为基本函数出差错.

技巧与方法：先分析函数式结构，找准复合函数的式子特征，按照求导法则进行求导.



(2)解：*y*=*μ*3,*μ*=*ax*－*b*sin2ω*x*,*μ*=*av*－*by*

*v*=*x*,*y*=sin*γ* *γ*=ω*x*

*y*′=(*μ*3)′=3*μ*2·*μ*′=3*μ*2(*av*－*by*)′

=3*μ*2(*av*′－*by*′)=3*μ*2(*av*′－*by*′*γ*′)

=3(*ax*－*b*sin2ω*x*)2(*a*－*b*ωsin2ω*x*)

(3)解法一：设*y*=*f*(*μ*),*μ*=,*v*=*x*2+1,则

*y*′*x*=*y*′*μμ*′*v*·*v*′*x*=*f*′(*μ*)·*v*－·2*x*

=*f*′()··2*x*

=

解法二：*y*′=［*f*()］′=*f*′()·()′

=*f*′()·(*x*2+1)·(*x*2+1)′

=*f*′()·(*x*2+1) ·2*x*

=*f*′()

［例2］利用导数求和

(1)*Sn*=1+2*x*+3*x*2+…+*nxn*－1(*x*≠0,*n*∈**N**\*)

(2)*Sn*=C+2C+3C+…+*n*C,(*n*∈**N**\*)

命题意图：培养考生的思维的灵活性以及在建立知识体系中知识点灵活融合的能力.属

★★★★级题目.

知识依托：通过对数列的通项进行联想，合理运用逆向思维.由求导公式(*xn*)′=*nxn*－1,可联想到它们是另外一个和式的导数.关键要抓住数列通项的形式结构.

错解分析：本题难点是考生易犯思维定势的错误，受此影响而不善于联想.

技巧与方法：第(1)题要分*x*=1和*x*≠1讨论，等式两边都求导.

解：(1)当*x*=1时

*Sn*=1+2+3+…+*n*=*n*(*n*+1);

当*x*≠1时，

∵*x*+*x*2+*x*3+…+*xn*=,

两边都是关于*x*的函数，求导得

(*x*+*x*2+*x*3+…+*xn*)′=()′

即*Sn*=1+2*x*+3*x*2+…+*nxn*－1=

(2)∵(1+*x*)*n*=1+C*x*+C*x*2+…+C*xn*,

两边都是关于*x*的可导函数，求导得

*n*(1+*x*)*n*－1=C+2C*x*+3C*x*2+…+*n*C*xn*－1,

令*x*=1得，*n*·2*n*－1=C+2C+3C+…+*n*C,

即*Sn*=C+2C+…+*n*C=*n*·2*n*－1

●锦囊妙计

1.深刻理解导数的概念，了解用定义求简单的导数.

**表示函数的平均改变量，它是*Δx*的函数，而*f*′(*x*0)表示一个数值，即*f*′(*x*)=，知道导数的等价形式：.

2.求导其本质是求极限，在求极限的过程中，力求使所求极限的结构形式转化为已知极限的形式，即导数的定义，这是顺利求导的关键.

3.对于函数求导，一般要遵循先化简，再求导的基本原则，求导时，不但要重视求导法则的应用，而且要特别注意求导法则对求导的制约作用，在实施化简时，首先必须注意变换的等价性，避免不必要的运算失误.

4.复合函数求导法则，像链条一样，必须一环一环套下去，而不能丢掉其中的一环.必须正确分析复合函数是由哪些基本函数经过怎样的顺序复合而成的，分清其间的复合关系.

●歼灭难点训练

一、选择题

1.(★★★★)*y*=*e*sin*x*cos(sin*x*)，则*y*′(0)等于( )

A.0 B.1 C.－1 D.2

2.(★★★★)经过原点且与曲线*y*=相切的方程是( )

A.*x*+*y*=0或+*y*=0 B.*x*－*y*=0或+*y*=0

C.*x*+*y*=0或－*y*=0 D.*x*－*y*=0或－*y*=0

二、填空题

3.(★★★★)若*f*′(*x*0)=2, =\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

4.(★★★★)设*f*(*x*)=*x*(*x*+1)(*x*+2)…(*x*+*n*),则*f*′(0)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

三、解答题

5.(★★★★)已知曲线*C*1:*y*=*x*2与*C*2:*y*=－(*x*－2)2,直线*l*与*C*1、*C*2都相切，求直线*l*的方程.

6.(★★★★)求函数的导数

(1)*y*=(*x*2－2*x*+3)*e*2*x*;

(2)*y*=.

7.(★★★★)有一个长度为5 m的梯子贴靠在笔直的墙上，假设其下端沿地板以3 m/s的速度离开墙脚滑动，求当其下端离开墙脚1.4 m时，梯子上端下滑的速度.

8.(★★★★)求和*Sn*=12+22*x*+32*x*2+…+*n*2*xn*－1,(*x*≠0,*n*∈**N**\*).

参考答案

难点磁场

解：由*l*过原点，知*k*=(*x*0≠0),点(*x*0,*y*0)在曲线C上，*y*0=*x*03－3*x*02+2*x*0,

∴=*x*02－3*x*0+2

*y*′=3*x*2－6*x*+2,*k*=3*x*02－6*x*0+2

又*k*=,∴3*x*02－6*x*0+2=*x*02－3*x*0+2

2*x*02－3*x*0=0,∴*x*0=0或*x*0=

由*x*≠0,知*x*0=

∴*y*0=()3－3()2+2·=－

∴*k*==－

∴*l*方程*y*=－*x* 切点(，－)

歼灭难点训练

一、1.解析：*y*′=*e*sin*x*［cos*x*cos(sin*x*)－cos*x*sin(sin*x*)］,*y*′(0)=*e*0(1－0)=1

答案：B

2.解析：设切点为(*x*0,*y*0),则切线的斜率为*k*=,另一方面，*y*′=()′=,故

*y*′(*x*0)=*k*,即或*x*02+18*x*0+45=0得*x*0(1)=－3,*y*0(2)=－15,对应有*y*0(1)=3,*y*0(2)=,因此得两个切点*A*(－3，3)或*B*(－15,),从而得*y*′(*A*)= =－1及*y*′(*B*)=  ,由于切线过原点，故得切线：*lA*:*y*=－*x*或*lB*:*y*=－.

答案：A

二、3.解析：根据导数的定义：*f*′(*x*0)=(这时)



答案：－1

4.解析：设*g*(*x*)=(*x*+1)(*x*+2)……(*x*+*n*),则*f*(*x*)=*xg*(*x*),于是*f*′(*x*)=*g*(*x*)+*xg*′(*x*),*f*′(0)=*g*(0)+0·*g*′(0)=*g*(0)=1·2·…*n*=*n*！

答案：*n*!

三、5.解：设*l*与*C*1相切于点*P*(*x*1,*x*12),与*C*2相切于*Q*(*x*2,－(*x*2－2)2)

对于*C*1：*y*′=2*x*,则与*C*1相切于点*P*的切线方程为

*y*－*x*12=2*x*1(*x*－*x*1),即*y*=2*x*1*x*－*x*12 ①

对于*C*2：*y*′=－2(*x*－2),与*C*2相切于点*Q*的切线方程为*y*+(*x*2－2)2=－2(*x*2－2)(*x*－*x*2),即*y*=－2(*x*2－2)*x*+*x*22－4 ②

∵两切线重合，∴2*x*1=－2(*x*2－2)且－*x*12=*x*22－4,解得*x*1=0,*x*2=2或*x*1=2,*x*2=0

∴直线*l*方程为*y*=0或*y*=4*x*－4

6.解：(1)注意到*y*＞0,两端取对数，得

ln*y*=ln(*x*2－2*x*+3)+ln*e*2*x*=ln(*x*2－2*x*+3)+2*x*



(2)两端取对数，得

ln|*y*|=(ln|*x*|－ln|1－*x*|),

两边解*x*求导，得



7.解：设经时间*t*秒梯子上端下滑*s*米,则*s*=5－,当下端移开1.4 m时，*t*0=,又*s*′=－ (25－9*t*2)·(－9·2*t*)=9*t*,所以*s*′(*t*0)=9×=0.875(m/s)

8.解：(1)当*x*=1时，*Sn*=12+22+32+…+*n*2=*n*(*n*+1)(2*n*+1),当*x*≠1时，1+2*x*+3*x*2+…+*nxn*-1=,两边同乘以*x*,得

*x*+2*x*2+3*x*2+…+*nxn*=两边对*x*求导，得

*Sn*=12+22*x*2+32*x*2+…+*n*2*xn*-1

=