**导数的计算知识点总结-高中数学选修1-1第三章**

**知识点一：基本初等函数的导数公式**

（1）（C为常数），

（2）（n为有理数），

（3），

（4），

（5），

（6），

（7），

（8）， 。

**要点诠释：**

1．常数函数的导数为0，即C＇=0（C为常数）．其几何意义是曲线（C为常数）在任意点处的切线平行于x轴．

2．有理数幂函数的导数等于幂指数n与自变量的（n－1）次幂的乘积，即（n∈**Q**）．

特别地，。

3．正弦函数的导数等于余弦函数，即（sin x）＇=cos x．

4．余弦函数的导数等于负的正弦函数，即（cos x）＇=－sin x．

5．指数函数的导数：，．

6．对数函数的导数：，．

有时也把 记作：

以上常见函数的求导公式不需要证明，只需记住公式即可．

**知识点二：函数的和、差、积、商的导数**

**运算法则：**

（1）和差的导数：

（2）积的导数：

（3）商的导数：（）

**要点诠释：**

1. 上述法则也可以简记为：

（ⅰ）和（或差）的导数：，

推广：．

（ⅱ）积的导数：，

特别地：（c为常数）．

（ⅲ）商的导数：，

两函数商的求导法则的特例

，

当时，．

这是一个函数倒数的求导法则．

2．两函数积与商求导公式的说明

（1）类比：，（v≠0），注意差异，加以区分．

（2）注意：且（v≠0）．

3．求导运算的技巧

在求导数中，有些函数虽然表面形式上为函数的商或积，但在求导前利用代数或三角恒等变形可将函数先化简（可能化去了商或积），然后进行求导，可避免使用积、商的求导法则，减少运算量．

**知识点三：复合函数的求导法则**

**1．复合函数的概念**

对于函数，令，则是中间变量u的函数，是自变量x的函数，则函数是自变量x的复合函数．

**要点诠释：** 常把称为“内层”， 称为“外层” 。

**2．复合函数的导数**

设函数在点x处可导，，函数在点x的对应点u处也可导，则复合函数在点x处可导，并且，或写作．

**3．掌握复合函数的求导方法**

（1）分层：将复合函数分出内层、外层。

（2）各层求导：对内层，外层分别求导。得到

（3）求积并回代：求出两导数的积：，然后将，即可得到

的导数。

**要点诠释：** 1. 整个过程可简记为分层——求导——回代，熟练以后，可以省略中间过程。若遇多重复合，可以相应地多次用中间变量。

2. 选择中间变量是复合函数求导的关键。求导时需要记住中间变量，逐层求导，不遗漏。求导后，要把中间变量转换成自变量的函数。

**【典型例题】**

**类型一：求简单初等函数的导数**

**例1.** 求下列函数的导数：

(1)  (2) (3)（4）（5）

【解析】

(1) (*x*3)′=3*x*3－1=3*x*2；

(2) ()′=(*x*－2)′=－2*x*－2－1=－2*x*－3

(3)  

（4）；

（5）；

【点评】（1）用导数的定义求导是求导数的基本方法，但运算较繁。利用常用函数的导数公式，可以简化求导过程，降低运算难度。

（2）准确记忆公式。

（3）根式、分式求导时，先将根式、分式转化为幂的形式。

**举一反三：**

【变式】求下列函数的导数：

(1)*y* = (2)*y* = （3）y=2x3―3x2+5x＋4 （4）；

【答案】

(1) *y*′=()′=(*x*－3)′=－3*x*－3－1=－3*x*－4

(2

（3）

（4）∵，∴.

**类型二：求函数的和、差、积、商的导数**

**例2.** 求下列函数导数：

(1) y＝3x2＋xcosx； (2)y＝； (3)y＝lgx－ex；（4）y=tanx.

【解析】

(1)*y*′＝6*x*＋cos*x*－*x*sin*x*.(2)*y*′＝.(3)*y*′＝(lg*x*)′－(e*x*)′＝－e*x*.

(4)=tanx+.

【点评】

（1）熟记基本初等函数的导数公式和灵活运用导数的四则运算法则，是求导函数的前提。

（2）先化简再求导，是化难为易，化繁为简的基本原则和策略。

**举一反三：**

【变式1】函数在处的导数等于( )

A．1 B．2 C．3 D．4

【答案】D

**法一：** 



∴.

**法二：**∵

∴

∴.

【变式2】 求下列各函数的导函数

（1）y=(x+1)(x+2)(x+3)。 （2）y=x2sinx; （3）y=

【答案】

（1）∵y=(x2+3x+2)(x+3)=x3+6x2+11x+6，∴y＇=3x2+12x+11。

（2）y′=（x2）′sinx＋x2（sinx）′=2xsinx＋x2cosx**[](http://www.xjktyg.com/wxc/)**

（3）

=

=**[](http://www.xjktyg.com/wxc/)**

【变式3】求下列函数的导数.

（1） *y* ＝（2 *x*2－5 *x* ＋1）*ex*；

（2）；

（3） *y* ＝

【答案】

（1） *y*′＝(2 *x*2－5 *x* ＋1)′*e* *x*＋(2 *x*2－5 *x* ＋1) (*e* *x*)′

＝（4 *x* －5）*e* *x*＋（2 *x* 2－5 *x* ＋1）*e* *x*

＝（2*x* 2－*x* －4）*ex*

（2），

∴.

（3）*y*′＝[(sin *x* －*x* cos *x*)′(cos *x* ＋*x* sin *x*)－(sin *x* －*x* cos *x*)·(cos *x* ＋*x* sin *x*)′]

＝[(cos *x* －cos *x* ＋*x* sin *x*) (cos *x* ＋*x* sin *x*)－(sin *x* －*x* cos *x*) (*x* cos *x*)]

＝＝

**类型三：求复合函数的导数**

**例3**求下列函数的导数：

　　（1）； （2）；

（3）；

【解析】

（1）设μ=1-3x，，则

。

　　 （2）设，y=cosμ，则

。

（3）设



【点评】

把一部分量或式子暂时当作一个整体，这个整体就是中间变量。求导数时需要记住中间变量，注意逐层求导，不能遗漏。求导数后，要把中间变量转换成自变量的函数。

**举一反三：**

【变式】 求下列函数导数.

（1）； （2）； （3）.

【答案】

（1），

∴ 

（2），.

∴

（3），，

∴.

**例4** 求下列函数导数.

(1)； （2）； （3）

【解析】

(1) 令,,



（2）

。

（3）设，μ=sinv，，则





　　 在熟练掌握复合函数求导以后，可省略中间步骤：





【点评】

（1）复合函数求导数的步骤是：

①分清复合关系，适当选定中间变量，正确分解复合关系（简称分解复合关系）；

②分层求导，弄清每一步中哪个变量对哪个变量求导数（简称分层求导）；

③将中间变量代回为自变量的函数。

简记为分解——求导——回代，当省加重中间步骤后，就没有回代这一步了，

即分解（复合关系）——求导（导数相乘）。

（2）同一个问题可有多种不同的求导方法，若能化简的式子，则先化简，再求导。

**举一反三：**

【变式1】 求*y* ＝sin4*x* ＋cos 4*x*的导数．

【答案】

解法一 *y* ＝sin 4*x* ＋cos 4*x*＝(sin2*x* ＋cos2*x*)2－2sin2cos2*x*＝1－sin22 *x*

＝1－（1－cos 4 *x*）＝＋cos 4 *x*．*y*′＝－sin 4 *x*．

解法二 *y*′＝(sin4*x*)′＋(cos4*x*)′＝4 sin3*x*(sin *x*)′＋4 cos3*x* (cos *x*)′

＝4 sin3*x* cos *x* ＋4 cos3*x* (－sin *x*)＝4 sin *x* cos *x* (sin2*x* －cos2*x*)

＝－2 sin 2 *x* cos 2 *x*＝－sin 4 *x*

【变式2】求下列函数导数：

（1）；

（2）．求函数的导数（）。

【答案】 （1）设u=1－2x2，则。

∴

。

（2）．方法一：

。

方法二：∵，∴

。

**类型四：利用导数求函数式中的参数**

**例5** （1），若，则a的值为（ ）

A． B． C． D．

（2）设函数，若是奇函数，

则=\_\_\_\_\_\_\_\_。

【解析】 （1）∵，

∴，∴，故选A。

（2）由于，

∴，

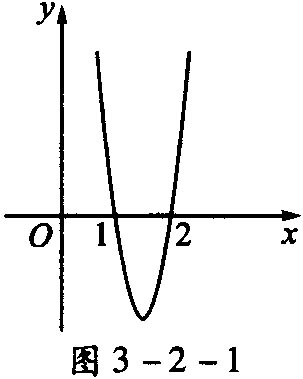
若是奇函数，则，即，

所以。

又因为，所以。

【点评】 求函数的导数的基本方法是利用函数的和、差、积、商的导数运算法则以及复合函数的导数运算法则，转化为常见函数的导数问题，再利用求导公式来求解即可。

**举一反三：**

【变式1】

已知函数过点（1，5），其导函数的图象

如图3-2-1所示， 求的解析式。

【答案】∵，

由，，，得

，解得，

∴函数的解析式为。

【变式2】已知是关于的多项式函数，

（1）若，求；

（2）若且，解不等式.

【解析】显然是一个常数，所以

所以，即

所以

∵，∴可设

∵ ∴

由，解得