**抛物线题库及答案-高中数学选修1-1第二章**



1．抛物线的简单几何性质

设抛物线的标准方程为*y*2＝2*px*(*p*>0)

(1)范围：抛物线上的点(*x*，*y*)的横坐标*x*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，抛物线在*y*轴的\_\_\_\_\_\_侧，当*x*的值增大时，|*y*|也\_\_\_\_\_\_\_\_，抛物线向右上方和右下方无限延伸．

(2)对称性：抛物线关于\_\_\_\_\_\_\_\_对称，抛物线的对称轴叫做\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

(3)顶点：抛物线和它的轴的交点叫做抛物线的\_\_\_\_\_\_\_\_．抛物线的顶点为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

(4)离心率：抛物线上的点到焦点的距离和它到准线的距离的比，叫做抛物线的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，用*e*表示，其值为\_\_\_\_\_\_．

(5)抛物线的焦点到其准线的距离为\_\_\_\_\_\_，这就是*p*的几何意义，顶点到准线的距离为，焦点到顶点的距离为\_\_\_\_\_\_．

2．直线与抛物线的位置关系

直线*y*＝*kx*＋*b*与抛物线*y*2＝2*px*(*p*>0)的交点个数决定于关于*x*的方程

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_的解的个数．当*k*≠0时，若*Δ*>0，则直线与抛物线有\_\_\_\_\_\_个不同的公共点；当*Δ*＝0时，直线与抛物线有\_\_\_\_\_\_个公共点；当*Δ*<0时，直线与抛物线\_\_\_\_\_\_\_\_公共点．当*k*＝0时，直线与抛物线的轴\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，此时直线与抛物线有\_\_\_\_\_\_个公共点．

3．抛物线的焦点弦

设抛物线*y*2＝2*px*(*p*>0)，*AB*为过焦点的一条弦，*A*(*x*1，*y*1)，*B*(*x*2，*y*2)，*AB*的中点*M*(*x*0，*y*0)，则有以下结论．

(1)以*AB*为直径的圆与准线相切．

(2)|*AB*|＝2(*x*0＋)(焦点弦长与中点坐标的关系)．

(3)|*AB*|＝*x*1＋*x*2＋*p*.

(4)*A*、*B*两点的横坐标之积、纵坐标之积为定值，即*x*1*x*2＝，*y*1*y*2＝－*p*2.



一、选择题

1．顶点在原点，对称轴为坐标轴的抛物线过点(－2,3)，它的方程是(　　)

A．*x*2＝－*y*或*y*2＝*x*

B．*y*2＝－*x*或*x*2＝*y*

C．*y*2＝－*x*

D．*x*2＝*y*

2．若抛物线*y*2＝2*px* (*p*>0)上三个点的纵坐标的平方成等差数列，那么这三个点到抛物线焦点*F*的距离的关系是(　　)

A．成等差数列

B．既成等差数列又成等比数列

C．成等比数列

D．既不成等比数列也不成等差数列

3．已知点*P*是抛物线*y*2＝2*x*上的一个动点，则点*P*到点(0,2)的距离与点*P*到该抛物线准线的距离之和的最小值为(　　)

A. B．3 C. D.

4．设斜率为2的直线*l*过抛物线*y*2＝*ax*(*a*≠0)的焦点*F*，且和*y*轴交于点*A*，若△*OAF*(*O*为坐标原点)的面积为4，则抛物线方程为(　　)

A．*y*2＝±4*x* B．*y*2＝±8*x*

C．*y*2＝4*x* D．*y*2＝8*x*

5．设直线*l*1：*y*＝2*x*，直线*l*2经过点*P*(2,1)，抛物线*C*：*y*2＝4*x*，已知*l*1、*l*2与*C*共有三个交点，则满足条件的直线*l*2的条数为(　　)

A．1 B．2 C．3 D．4

6．过抛物线*y*2＝*ax* (*a*>0)的焦点*F*作一直线交抛物线于*P*、*Q*两点，若*PF*与*FQ*的长分别为*p*、*q*，则＋等于(　　)

A．2*a* B． C．4*a* D．

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题　号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 答　案 |  |  |  |  |  |  |

二、填空题

7．已知抛物线*C*的顶点为坐标原点，焦点在*x*轴上，直线*y*＝*x*与抛物线*C*交于*A*，*B*两点，若*P*(2，2)为*AB*的中点，则抛物线*C*的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_．

8．已知*F*是抛物线*C*：*y*2＝4*x*的焦点，*A*、*B*是抛物线*C*上的两个点，线段*AB*的中点为*M*(2,2)，则△*ABF*的面积等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

9．过抛物线*x*2＝2*py* (*p*>0)的焦点*F*作倾斜角为30°的直线，与抛物线分别交于*A*、*B*两点(点*A*在*y*轴的左侧)，则＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

三、解答题

10．设抛物线*y*＝*mx*2 (*m*≠0)的准线与直线*y*＝1的距离为3，求抛物线的标准方程．

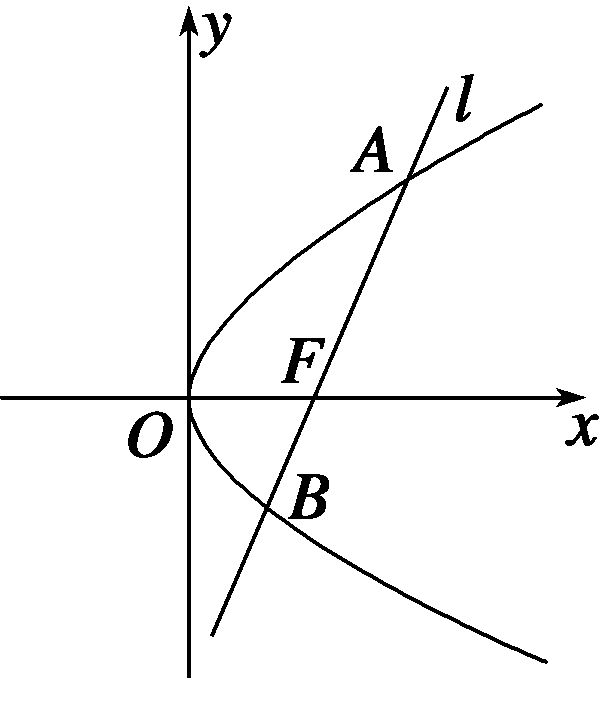
11．过点*Q*(4,1)作抛物线*y*2＝8*x*的弦*AB*，恰被*Q*所平分，求*AB*所在的直线方程．

能力提升

12．设抛物线*y*2＝8*x*的焦点为*F*，准线为*l*，*P*为抛物线上一点，*PA*⊥*l*，*A*为垂足，如果直线*AF*的斜率为－，那么|*PF*|等于(　　)

A．4 B．8 C．8 D．16

13．已知直线*l*经过抛物线*y*2＝4*x*的焦点*F*，且与抛物线相交于*A*、*B*两点．



(1)若|*AF*|＝4，求点*A*的坐标；

(2)求线段*AB*的长的最小值．



1．抛物线上一点与焦点的距离问题，可转化为该点到准线的距离．

2．直线与抛物线的位置关系，可利用直线方程与抛物线方程联立而成的方程组的解来判定；“中点弦”问题也可使用“点差法”．

**抛物线的简单几何性质**

**答案**

知识梳理

1．(1)*x*≥0　右　增大　(2)*x*轴　抛物线的轴

(3)顶点　坐标原点　(4)离心率　1　(5)*p*

2．*k*2*x*2＋2(*kb*－*p*)*x*＋*b*2＝0　两　一　没有

平行或重合　一

作业设计

1．B　[由题意知所求抛物线开口向上或开口向左，利用待定系数法可求得方程．]

2．A　[设三点为*P*1(*x*1，*y*1)，*P*2(*x*2，*y*2)，*P*3(*x*3，*y*3)，

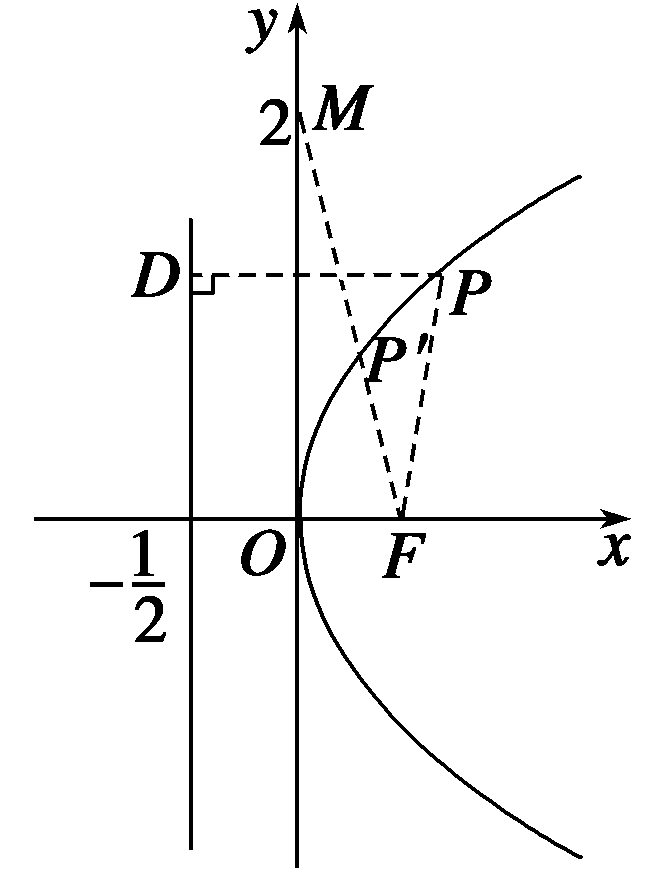
则*y*＝2*px*1，*y*＝2*px*2，*y*＝2*px*3，

因为2*y*＝*y*＋*y*，所以*x*1＋*x*3＝2*x*2，

即|*P*1*F*|－＋|*P*3*F*|－＝2，

所以|*P*1*F*|＋|*P*3*F*|＝2|*P*2*F*|.]

3．A　[



如图所示，由抛物线的定义知，点*P*到准线*x*＝－的距离*d*等于点*P*到焦点的距离|*PF*|.因此点*P*到点(0,2)的距离与点*P*到准线的距离之和可转化为点*P*到点(0,2)的距离与点*P*到点*F*的距离之和，其最小值为点*M*(0,2)到点*F*的距离，则距离之和的最小值为 ＝.]

4．B　[*y*2＝*ax*的焦点坐标为，过焦点且斜率为2的直线方程为*y*＝2，令*x*＝0得*y*＝－.

∴××＝4，∴*a*2＝64，∴*a*＝±8.]

5．C　[∵点*P*(2,1)在抛物线内部，且直线*l*1与抛物线*C*相交于*A*，*B*两点，∴过点*P*的直线*l*2在过点*A*或点*B*或与*x*轴平行时符合题意．∴满足条件的直线*l*2共有3条．]

6．D　[可采用特殊值法，设*PQ*过焦点*F*且垂直于*x*轴，则|*PF*|＝*p*＝*xP*＋＝＋＝，

|*QF*|＝*q*＝，∴＋＝＋＝.]

7．*y*2＝4*x*

解析　设抛物线方程为*y*2＝*ax*.将*y*＝*x*代入*y*2＝*ax*，得*x*＝0或*x*＝*a*，∴＝2.∴*a*＝4.

∴抛物线方程为*y*2＝4*x*.

8．2

解析　设*A*(*x*1，*y*1)，*B*(*x*2，*y*2)，

则*y*＝4*x*1，*y*＝4*x*2.

∴(*y*1＋*y*2)(*y*1－*y*2)＝4(*x*1－*x*2)．

∵*x*1≠*x*2，∴＝＝1.

∴直线*AB*的方程为*y*－2＝*x*－2，即*y*＝*x*.

将其代入*y*2＝4*x*，得*A*(0,0)、*B*(4,4)．

∴|*AB*|＝4.又*F*(1,0)到*y*＝*x*的距离为，

∴*S*△*ABF*＝××4＝2.

9.

解析　抛物线*x*2＝2*py* (*p*>0)的焦点为*F*，则直线*AB*的方程为*y*＝*x*＋，

由消去*x*，得12*y*2－20*py*＋3*p*2＝0，解得*y*1＝，*y*2＝.

由题意可设*A*(*x*1，*y*1)，*B*(*x*2，*y*2)，由抛物线的定义，可知＝＝＝.

10．解　由*y*＝*mx*2 (*m*≠0)可化为*x*2＝*y*，

其准线方程为*y*＝－.

由题意知－＝－2或－＝4，

解得*m*＝或*m*＝－.

则所求抛物线的标准方程为*x*2＝8*y*或*x*2＝－16*y*.

11．解　方法一　设以*Q*为中点的弦*AB*端点坐标为

*A*(*x*1，*y*1)、*B*(*x*2，*y*2)，

则有*y*＝8*x*1， ①

*y*＝8*x*2， ②

∵*Q*(4,1)是*AB*的中点，

∴*x*1＋*x*2＝8，*y*1＋*y*2＝2. ③

①－②，得(*y*1＋*y*2)(*y*1－*y*2)＝8(*x*1－*x*2)． ④

将③代入④得*y*1－*y*2＝4(*x*1－*x*2)，

即4＝，∴*k*＝4.

∴所求弦*AB*所在的直线方程为*y*－1＝4(*x*－4)，即4*x*－*y*－15＝0.

方法二　设弦*AB*所在直线方程为*y*＝*k*(*x*－4)＋1.

由消去*x*，

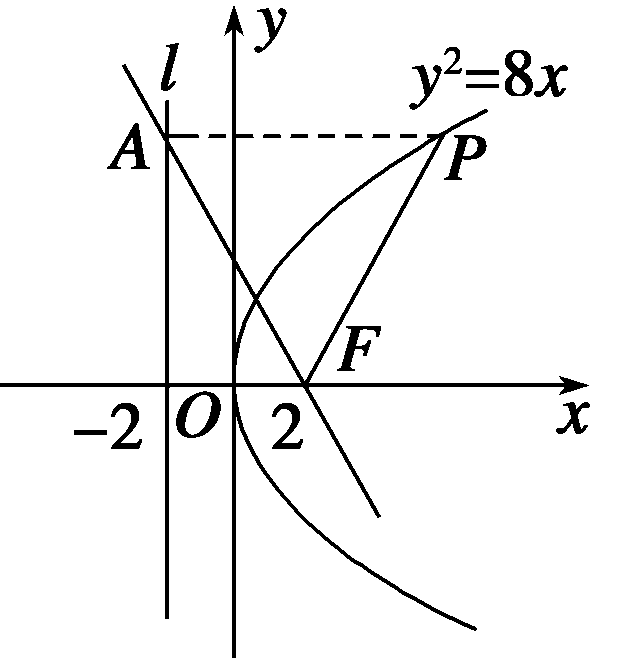
得*ky*2－8*y*－32*k*＋8＝0，

此方程的两根就是线段端点*A*、*B*两点的纵坐标，由根与系数的关系和中点坐标公式，

得*y*1＋*y*2＝，又*y*1＋*y*2＝2，∴*k*＝4.

∴所求弦*AB*所在的直线方程为4*x*－*y*－15＝0.

12. B



　[如图所示，直线*AF*的方程为*y*＝－(*x*－2)，与准线方程*x*＝－2联立得*A*(－2，4)．

设*P*(*x*0,4)，代入抛物线*y*2＝8*x*，得8*x*0＝48，∴*x*0＝6，

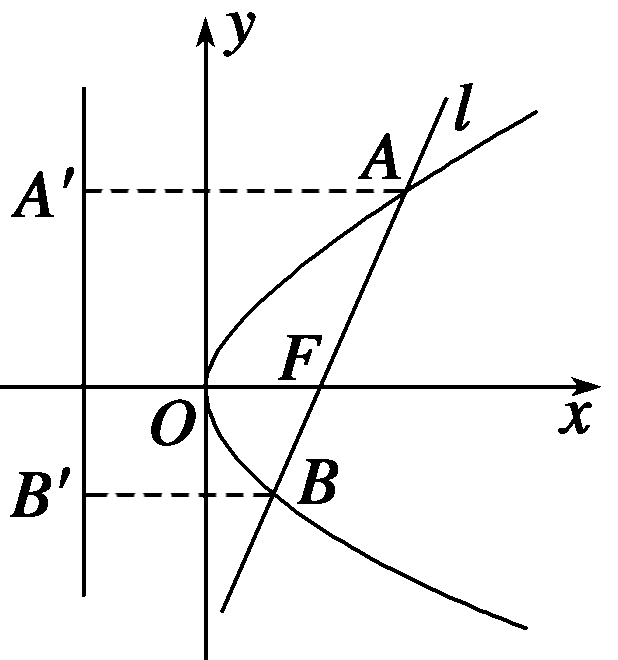
∴|*PF*|＝*x*0＋2＝8，选B.]

13．解　由*y*2＝4*x*，得*p*＝2，其准线方程为*x*＝－1，焦点*F*(1,0)．设*A*(*x*1，*y*1)，

*B*(*x*2，*y*2)．

分别过*A*、*B*作准线的垂线，垂足为*A*′、*B*′.

(1)由抛物线的定义可知，|*AF*|＝*x*1＋，



从而*x*1＝4－1＝3.

代入*y*2＝4*x*，解得*y*1＝±2.

∴点*A*的坐标为

(3,2)或(3，－2)．

(2)当直线*l*的斜率存在时，

设直线*l*的方程为*y*＝*k*(*x*－1)．

与抛物线方程联立，

消去*y*，整理得*k*2*x*2－(2*k*2＋4)*x*＋*k*2＝0，

因为直线与抛物线相交于*A*、*B*两点，

则*k*≠0，并设其两根为*x*1，*x*2，则*x*1＋*x*2＝2＋.

由抛物线的定义可知，

|*AB*|＝*x*1＋*x*2＋*p*＝4＋>4.

当直线*l*的斜率不存在时，直线*l*的方程为*x*＝1，与抛物线相交于*A*(1,2)，*B*(1，－2)，此时|*AB*|＝4，

所以，|*AB*|≥4，即线段*AB*的长的最小值为4.