**全称量词与存在量词难题-高中数学选修1-1第一章**

1．若命题*p*：*x*∈*A*∩*B*，则綈*p*是(　　)

A．*x*∈*A*且*xB* B．*xA*或*xB*

C．*xA*且*xB* D．*x*∈*A*∪*B*

答案　B

解析　∵“*x*∈*A*∩*B*”⇔“*x*∈*A*且*x*∈*B*”，

∴綈*p*：*xA*或*xB*.

2.　写出由下列各组命题构成的“*p*∨*q*”、“*p*∧*q*”、“綈*p*”形式的复合命题，并判断真假．

(1)*p*：1是素数；*q*：1是方程*x*2＋2*x*－3＝0的根；

(2)*p*：平行四边形的对角线相等；*q*：平行四边形的对角线互相垂直；

(3)*p*：方程*x*2＋*x*－1＝0的两实根的符号相同；*q*：方程*x*2＋*x*－1＝0的两实根的绝对值相等．

解题导引　正确理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义是解题的关键，应根据组成各个复合命题的语句中所出现的逻辑联结词进行命题结构与真假的判断．其步骤为：①确定复合命题的构成形式；②判断其中简单命题的真假；③根据其真值表判断复合命题的真假．

解　(1)*p*∨*q*：1是素数或是方程*x*2＋2*x*－3＝0的根．真命题．

*p*∧*q*：1既是素数又是方程*x*2＋2*x*－3＝0的根．假命题．

綈*p*：1不是素数．真命题．

(2)*p*∨*q*：平行四边形的对角线相等或互相垂直．假命题．

*p*∧*q*：平行四边形的对角相等且互相垂直．假命题．

綈*p*：有些平行四边形的对角线不相等．真命题．

(3)*p*∨*q*：方程*x*2＋*x*－1＝0的两实根的符号相同或绝对值相等．假命题．

*p*∧*q*：方程*x*2＋*x*－1＝0的两实根的符号相同且绝对值相等．假命题．

綈*p*：方程*x*2＋*x*－1＝0的两实根的符号不相同．真命题．

3.(2011·厦门月考)已知命题*p*：∃*x*∈**R**，使tan *x*＝1，命题*q*：*x*2－3*x*＋2<0的解集是{*x*|1<*x*<2}，给出下列结论：

①命题“*p*∧*q*”是真命题；②命题“*p*∧綈*q*”是假命题；③命题“綈*p*∨*q*”是真命题；④命题“綈*p*∨綈*q*”是假命题，其中正确的是(　　)

A．②③ B．①②④

C．①③④ D．①②③④

答案　D

解析　命题*p*：∃*x*∈**R**，使tan *x*＝1是真命题，命题*q*：*x*2－3*x*＋2<0的解集是{*x*|1<*x*<2}也是真命题，

∴①命题“*p*∧*q*”是真命题；②命题“*p*∧綈*q*”是假命题；

③命题“綈*p*∨*q*”是真命题；④命题“綈*p*∨綈*q*”是假命题．

4.写出下列命题的“否定”，并判断其真假．

(1)*p*：∀*x*∈**R**，*x*2－*x*＋≥0；

(2)*q*：所有的正方形都是矩形；

(3)*r*：∃*x*∈**R**，*x*2＋2*x*＋2≤0；

(4)*s*：至少有一个实数*x*，使*x*3＋1＝0.

解题导引　(1)全(特)称命题的否定与一般命题的否定有着一定的区别，全(特)称命题的否定是将其全称量词改为存在量词(或把存在量词改为全称量词)，并把结论否定；而一般命题的否定则是直接否定结论即可．

(2)要判断“綈*p*”命题的真假，可以直接判断，也可以判断*p*的真假．因为*p*与綈*p*的真假相反且一定有一个为真，一个为假．

解　(1)綈*p*：∃*x*∈**R**，*x*2－*x*＋<0，这是假命题，

因为∀*x*∈**R**，*x*2－*x*＋＝(*x*－)2≥0恒成立，即*p*真，所以綈*p*假．

(2)綈*q*：至少存在一个正方形不是矩形，是假命题．

(3)綈*r*：∀*x*∈**R**，*x*2＋2*x*＋2>0，是真命题，这是由于∀*x*∈**R**，*x*2＋2*x*＋2＝(*x*＋1)2＋1≥1>0成立．

(4)綈*s*：∀*x*∈**R**，*x*3＋1≠0，是假命题，这是由于*x*＝－1时，*x*3＋1＝0.

5．分别指出由下列命题构成的“*p*∨*q*”“*p*∧*q*”“綈*p*”形式的命题的真假．

(1)*p*：4∈{2,3}，*q*：2∈{2,3}；

(2)*p*：1是奇数，*q*：1是质数；

(3)*p*：0∈∅，*q*：{*x*|*x*2－3*x*－5<0}⊆**R**；

(4)*p*：5≤5，*q*：27不是质数．

解　(1)∵*p*是假命题，*q*是真命题，

∴*p*∨*q*为真命题，*p*∧*q*为假命题，

綈*p*为真命题．(3分)

(2)∵1是奇数，

∴*p*是真命题．

又∵1不是质数，

∴*q*是假命题．

因此*p*∨*q*为真命题，*p*∧*q*为假命题，綈*p*为假命题．(6分)

(3)∵0∅，∴*p*为假命题．

又∵*x*2－3*x*－5<0⇒<*x*<，

∴{*x*|*x*2－3*x*－5<0}＝{*x*|<*x*<}⊆**R**成立．

∴*q*为真命题．

∴*p*∨*q*为真命题，*p*∧*q*为假命题，綈*p*为真命题．(9分)

(4)显然*p*：5≤5为真命题，*q*：27不是质数为真命题，

∴*p*∨*q*为真命题，*p*∧*q*为真命题，綈*p*为假命题．

6．(2011·锦州月考)命题*p*：关于*x*的不等式*x*2＋2*ax*＋4>0对一切*x*∈**R**恒成立，*q*：函数*f*(*x*)＝(3－2*a*)*x*是增函数，若*p*或*q*为真，*p*且*q*为假，求实数*a*的取值范围．

解　设*g*(*x*)＝*x*2＋2*ax*＋4，

由于关于*x*的不等式*x*2＋2*ax*＋4>0对一切*x*∈**R**恒成立，所以函数*g*(*x*)的图象开口向上且与*x*轴没有交点，

故*Δ*＝4*a*2－16<0，∴－2<*a*<2.(4分)

又∵函数*f*(*x*)＝(3－2*a*)*x*是增函数，

∴3－2*a*>1，∴*a*<1.(6分)

又由于*p*或*q*为真，*p*且*q*为假，可知*p*和*q*一真一假．

(1)若*p*真*q*假，则

∴1≤*a*<2；(8分)

(2)若*p*假*q*真，

则∴*a*≤－2.(10分)

综上可知，所求实数*a*的取值范围为

1≤*a*<2，或*a*≤－2.(12分)

【高考链接】

1．(2010·湖南)下列命题中的假命题是(　　)

A．∀*x*∈**R,**2*x*－1>0

B．∀*x*∈**N**\*，(*x*－1)2>0

C．∃*x*∈**R**，lg *x*<1

D．∃*x*∈**R**，tan *x*＝2

答案　B

解析　对于B选项*x*＝1时，(*x*－1)2＝0.

2．(2011·大连调研)若*p*、*q*是两个简单命题，且“*p*∨*q*”的否定是真命题，则必有(　　)

A．*p*真*q*真 B．*p*假*q*假

C．*p*真*q*假 D．*p*假*q*真

答案　B

解析　∵“*p*∨*q*”的否定是真命题，

∴“*p*∨*q*”是假命题，∴*p*，*q*都假．

【模拟演练】

1．(2011·宣城模拟)已知命题*p*：∃*x*∈**R**，*x*2－3*x*＋3≤0，则(　　)

A．綈*p*：∃*x*∈**R**，*x*2－3*x*＋3>0，且綈*p*为真命题

B．綈*p*：∃*x*∈**R**，*x*2－3*x*＋3>0，且綈*p*为假命题

C．綈*p*：∀*x*∈**R**，*x*2－3*x*＋3>0，且綈*p*为真命题

D．綈*p*：∀*x*∈**R**，*x*2－3*x*＋3>0，且綈*p*为假命题

答案　C

解析　命题*p*是一个特称命题，它的否定綈*p*：对所有的*x*∈**R**，都有*x*2－3*x*＋3>0为真．故答案为C.命题的否定要否定量词，即全称量词的否定为存在量词，存在量词的否定为全称量词，而且要否定结论．

2．已知命题*p*：∀*x*∈**R**，*ax*2＋2*x*＋3>0，如果命题綈*p*是真命题，那么实数*a*的取值范围是(　　)

A．*a*< B．*a*≤

C．0<*a*≤ D．*a*≥

答案　B

解析　∵命题綈*p*是真命题，∴命题*p*是假命题，而当命题*p*是真命题时，不等式*ax*2＋2*x*＋3>0对一切*x*∈**R**恒成立，这时应有解得*a*>.因此当命题*p*是假命题，即命题綈*p*是真命题时，

实数*a*的范围是*a*≤.

3．(2011·宁波调研)下列有关命题的说法正确的是(　　)

A．命题“若*x*2＝1，则*x*＝1”的否命题为“若*x*2＝1，则*x*≠1”

B．“*x*＝－1”是“*x*2－5*x*－6＝0”的必要不充分条件

C．命题“∃*x*∈**R**，使得*x*2＋*x*＋1<0”的否定是“∀*x*∈**R**，均有*x*2＋*x*＋1<0”

D．命题“若*x*＝*y*，则sin *x*＝sin *y*”的逆否命题为真命题

答案　D