**基本不等式√ab≤(a+b)/2题库及答案-高中数学必修5第三章**

一、选择题(每小题5分，共20分)

1．下列结论正确的是(　　)

A．当*x*>0且*x*≠1时，lg *x*＋≥2

B．当*x*>0时，＋≥2

C．当*x*≥2时，*x*＋的最小值为2

D．当0<*x*≤2时，*x*－无最大值

解析：　A中，当*x*>0且*x*≠1时，lg *x*的正负不正确，

∴lg *x*＋≥2或lg *x*＋≤－2；

C中，当*x*≥2时，min＝；

D中，当0<*x*≤2时，*y*＝*x*－在(0,2]上递增，max＝.故选B.

答案：　B

2．若*a*>0，*b*>0，*a*＋*b*＝2，则下列不等式对一切满足条件的*a*，*b*恒成立的个数为(　　)

①*ab*≤1；②＋≤；③*a*2＋*b*2≥2；④*a*3＋*b*3≥3；

⑤＋≥2.

A．1　　　　　　　　　　　 B．2

C．3 D．4

解析：　因*ab*≤2＝1，所以①正确；

因(＋)2＝*a*＋*b*＋2＝2＋2≤2＋*a*＋*b*＝4，

所以＋≤2，故②不正确；

因*a*2＋*b*2≥＝2，所以③正确；

因*a*3＋*b*3＝(*a*＋*b*)(*a*2－*ab*＋*b*2)＝2[(*a*＋*b*)2－3*ab*]＝2(4－3*ab*)＝8－6*ab*≥8－6＝2，所以④不正确；

因＋＝＝≥2，所以⑤正确．

故正确的命题为①③⑤.

答案：　C

3．设*a*＞0，*b*＞0.若是3*a*与3*b*的等比中项，则＋的最小值为(　　)

A．8 B．4

C．1 D.

解析：　因为3*a*·3*b*＝3，所以*a*＋*b*＝1，

＋＝(*a*＋*b*)＝2＋＋

≥2＋2＝4，

当且仅当＝，

即*a*＝*b*＝时，“＝”成立，故选B.

答案：　B

4．已知*x*>0，*y*>0，*x*＋2*y*＋2*xy*＝8，则*x*＋2*y*的最小值是(　　)

A．3 B．4

C. D.

解析：　∵2*xy*≤2

∴8－(*x*＋2*y*)≤2

即(*x*＋2*y*)2＋4(*x*＋2*y*)－32≥0

∴*x*＋2*y*≥4或*x*＋2*y*≤－8(舍)．

答案：　B

二、填空题(每小题5分，共10分)

5．已知*x*，*y*∈**R**＋，且满足＋＝1，则*xy*的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析：　由＋＝1为定值知

*xy*＝12··≤12()2＝3.

∴当且仅当＝时*xy*有最大值3.

答案：　3

6．若对任意*x*＞0，≤*a*恒成立，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析：　*a*≥＝

又*x*＋≥2

∴≤

∴*a*≥

答案：　*a*≥

三、解答题(每小题10分，共20分)

7．已知*a*，*b*，*c*均为正数，*a*，*b*，*c*不全相等．

求证：＋＋＞*a*＋*b*＋*c*.

证明：　∵*a*＞0，*b*＞0，*c*＞0，

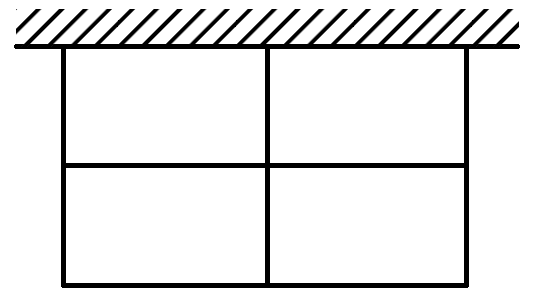
∴＋≥2＝2*c*，

＋≥2＝2*a*，

＋≥2＝2*b*.

又*a*，*b*，*c*不全相等，故上述符号至少有一个不成立．

∴＋＋＞*a*＋*b*＋*c*.

8．如图所示，动物园要围成相同面积的长方形虎笼四周，一面可利用原有的墙，其他各面用钢筋网围成．

(1)现有可围36 m长网的材料，每间虎笼的长、宽各设计为多少时，可使每间虎笼面积最大？

(2)若使每间虎笼面积为24 m2，则每间虎笼的长、宽各设计为多少时，可使围成四间虎笼的钢筋网总长最小？

解析：　(1)设每间虎笼长为*x* m，宽为*y* m，则由条件知4*x*＋6*y*＝36，即2*x*＋3*y*＝18.设每间虎笼面积为*S*，则*S*＝*xy*.

由于2*x*＋3*y*≥2＝2，

∴2≤18，得*xy*≤，

即*S*≤，当且仅当2*x*＝3*y*时等号成立．

由解得

故每间虎笼长为4.5 m、宽为3 m时，可使每间虎笼面积最大．

(2)由条件知*S*＝*xy*＝24.设钢筋网总长为*l*，则*l*＝4*x*＋6*y*.

∵2*x*＋3*y*≥2＝2＝24，

∴*l*＝4*x*＋6*y*＝2(2*x*＋3*y*)≥48，

当且仅当2*x*＝3*y*时等号成立．

由解得

故每间虎笼长为6 m、宽为4 m时，可使钢筋网总长最小．

尖子生题库☆☆☆

9．(10分)已知*a*>0，*b*>0，*ab*＝*a*＋*b*＋3，求：

(1)*ab*的最小值；

(2)*a*＋*b*的最小值．

解析：　(1)∵*a*>0，*b*>0，

∴*ab*＝*a*＋*b*＋3≥2＋3

∴()2－2－3≥0，

∴≥3或≤－1(舍去)，

∴*ab*≥9.

等号成立的条件是*a*＝*b*且*ab*＝9，

即*a*＝*b*＝3，故*ab*的最小值为9.

(2)∵*a*>0，*b*>0，*ab*≤2

∴*ab*＝*a*＋*b*＋3≤2

∴(*a*＋*b*)2－4(*a*＋*b*)－12≥0

∴*a*＋*b*≥6或*a*＋*b*≤－2(舍去)

当且仅当*a*＝*b*且*a*2－2*a*－3＝0

即*a*＝*b*＝3时取等号．

∴当*a*＝*b*＝3时，*a*＋*b*取得最小值6.