**二元一次不等式（组）与简单的线性规划问题难题-高中数学必修5第三章**

**一、选择题**

1．某厂生产甲产品每千克需用原料*A*和原料*B*分别为*a*1、*b*1千克，生产乙产品每千克需用原料*A*和原料*B*分别为*a*2、*b*2千克，甲、乙产品每千克可获利润分别为*d*1、*d*2元．月初一次性购进本月用的原料*A*、*B*各*c*1、*c*2千克，要计划本月生产甲产品和乙产品各多少千克才能使月利润总额达到最大．在这个问题中，设全月生产甲、乙两种产品分别为*x*千克、*y*千克，月利润总额为*z*元，那么，用于求使总利润*z*＝*d*1*x*＋*d*2*y*最大的数学模型中，约束条件为(　　)

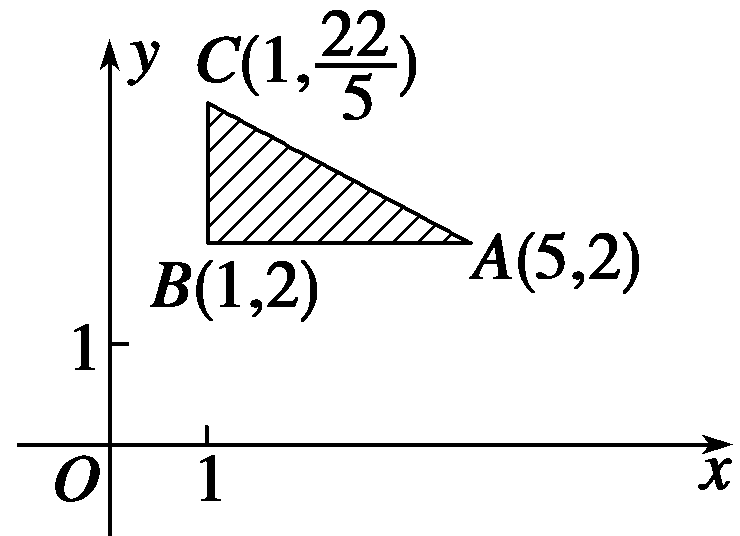
A. B.

C. D.

**答案**　C

**解析**　比较选项可知C正确．

2. 如图所示的坐标平面的可行域内(阴影部分且包括边界)，若使目标函数*z*＝*ax*＋*y* (*a*>0)取得最大值的最优解有无穷多个，则*a*的值为(　　)



A. B. C．4 D.

**答案**　B

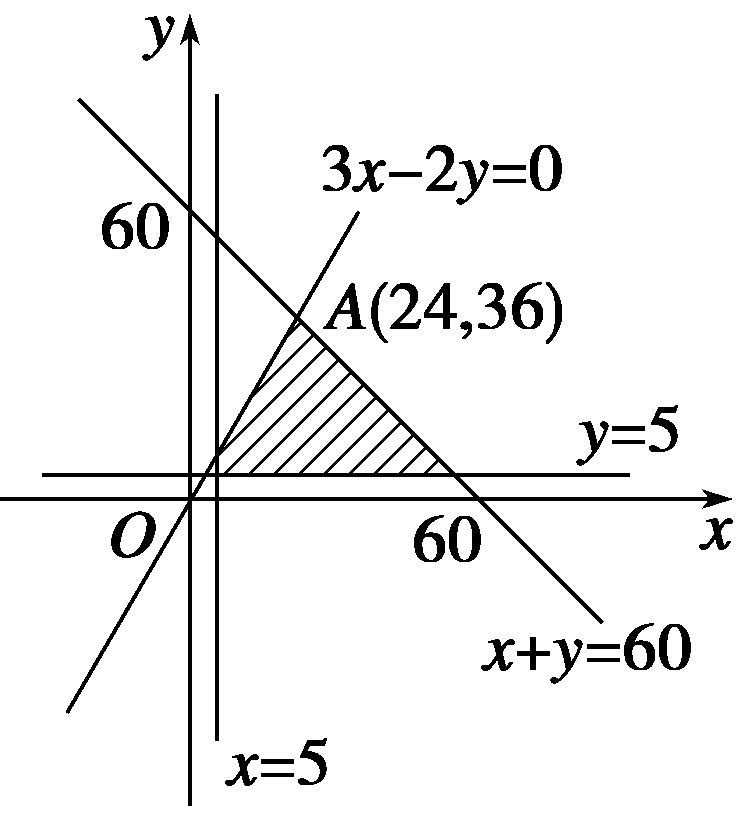
**解析**　由*y*＝－*ax*＋*z*知当－*a*＝*kAC*时，最优解有无穷多个．∵*kAC*＝－，∴*a*＝.

3．某公司有60万元资金，计划投资甲、乙两个项目，按要求对项目甲的投资不小于对项目乙投资的倍，且对每个项目的投资不能低于5万元，对项目甲每投资1万元可获得0.4万元的利润，对项目乙每投资1万元可获得0.6万元的利润，该公司正确规划投资后，在这两个项目上共可获得的最大利润为(　　)

A．36万元 B．31.2万元 C．30.4万元 D．24万元

**答案**　B

**解析**　设投资甲项目*x*万元，投资乙项目*y*万元，



可获得利润为*z*万元，则

*z*＝0.4*x*＋0.6*y*.

由图象知，

目标函数*z*＝0.4*x*＋0.6*y*在*A*点取得最大值．

∴*y*max＝0.4×24＋0.6×36＝31.2(万元)．

4．某加工厂用某原料由甲车间加工出*A*产品，由乙车间加工出*B*产品，甲车间加工一箱原料需耗费工时10小时，可加工出7千克*A*产品，每千克*A*产品获利40元，乙车间加工一箱原料耗费工时6小时，可加工出4千克*B*产品，每千克*B*产品获利50元．甲、乙两车间每天共能完成至多70箱原料的加工，每天甲、乙两车间耗费工时总和不得超过480小时，甲、乙两车间每天总获利最大的生产计划为(　　)

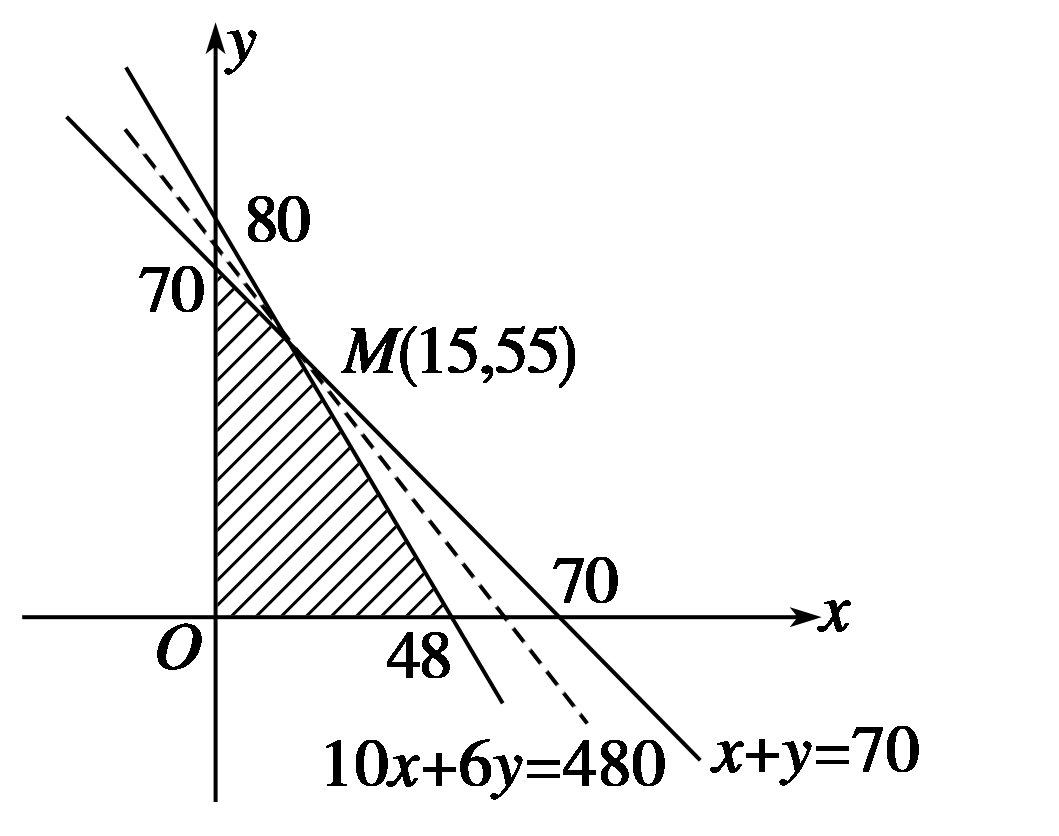
A．甲车间加工原料10箱，乙车间加工原料60箱

B．甲车间加工原料15箱，乙车间加工原料55箱

C．甲车间加工原料18箱，乙车间加工原料50箱

D．甲车间加工原料40箱，乙车间加工原料30箱

**答案**　B



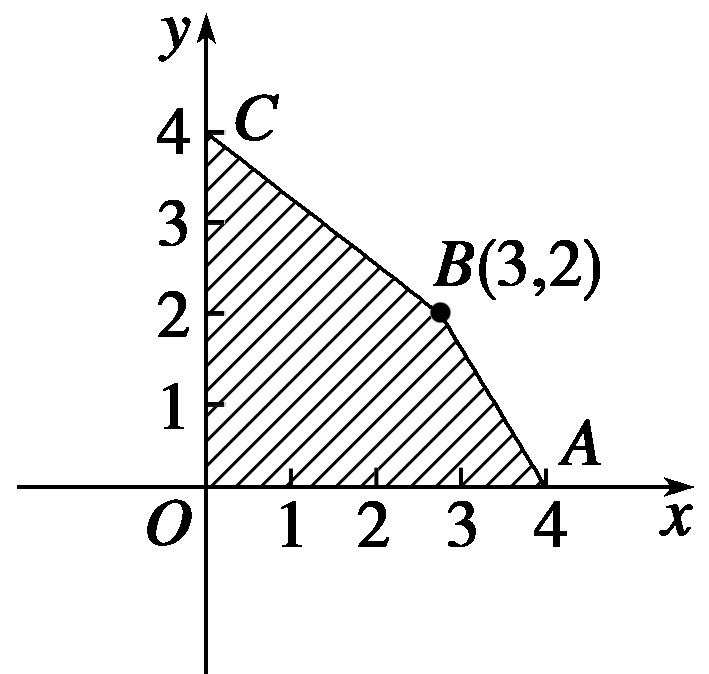
**解析**　设甲车间加工原料*x*箱，乙车间加工原料*y*箱，由题意可知

甲、乙两车间每天总获利为*z*＝280*x*＋200*y*.

画出可行域如图所示．

点*M*(15,55)为直线*x*＋*y*＝70和直线10*x*＋6*y*＝480的交点，由图象知在点*M*(15,55)处*z*取得最大值．

5．如图所示，目标函数*z*＝*kx*－*y*的可行域为四边形*OABC*，点*B*(3,2)是目标函数的最优解，则*k*的取值范围为(　　)



A. B.

C. D.

**答案**　C

**解析**　*y*＝*kx*－*z*.若*k*>0，则目标函数的最优解是点*A*(4,0)或点*C*(0，4)，不符合题意．

∴*k*<0，∵点(3,2)是目标函数的最优解．

∴*kAB*≤*k*≤*kBC*，即－2≤*k*≤－.

**二、填空题**

6．某公司租赁甲、乙两种设备生产*A*，*B*两类产品，甲种设备每天能生产*A*类产品5件和*B*类产品10件，乙种设备每天能生产*A*类产品6件和*B*类产品20件．已知设备甲每天的租赁费为200元，设备乙每天的租赁费为300元，现该公司至少要生产*A*类产品50件，*B*类产品140件，所需租赁费最少为\_\_\_\_\_\_\_\_元．

**答案**　2 300

**解析**　设需租赁甲种设备*x*台，乙种设备*y*台，则

目标函数为*z*＝200*x*＋300*y*.

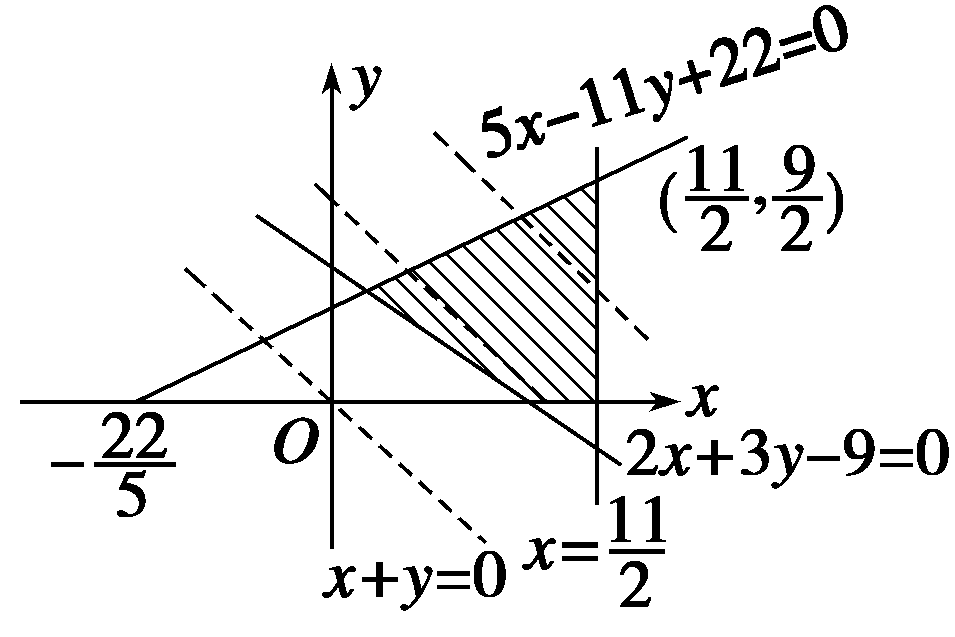
作出其可行域，易知当*x*＝4，*y*＝5时，*z*＝200*x*＋300*y*有最小值2 300元．

7．某公司招收男职员*x*名，女职员*y*名，*x*和*y*需满足约束条件则

*z*＝10*x*＋10*y*的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

**答案**　90

**解析**

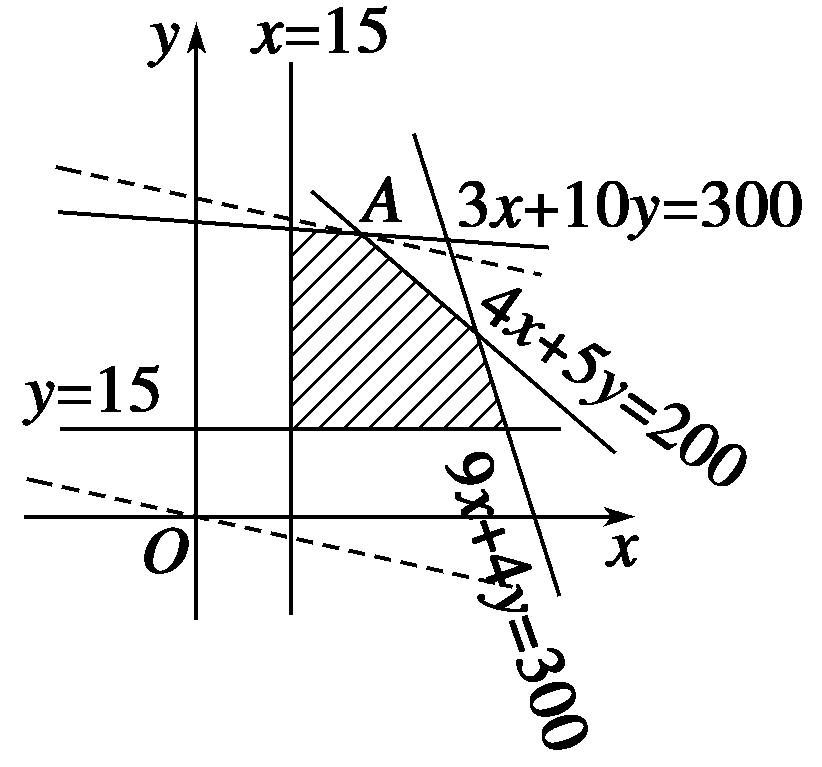


该不等式组表示平面区域如图阴影所示，由于*x*，*y*∈**N\***，计算区域内与点最近的整点为(5,4)，当*x*＝5，*y*＝4时，*z*取得最大值为90.

8．某工厂有甲、乙两种产品，按计划每天各生产不少于15吨，已知生产甲产品1吨需煤9吨，电力4千瓦，劳动力3个(按工作日计算)；生产乙产品1吨需煤4吨，电力5千瓦，劳动力10个；甲产品每吨价7万元，乙产品每吨价12万元；但每天用煤量不得超过300吨，电力不得超过200千瓦，劳动力只有300个，当每天生产甲产品\_\_\_\_\_\_\_\_吨，乙产品\_\_\_\_\_\_吨时，既能保证完成生产任务，又能使工厂每天的利润最大．

**答案**　20　24

**解析**



设每天生产甲产品*x*吨，乙产品*y*吨，总利润为*S*万元，

依题意约束条件为：

目标函数为*S*＝7*x*＋12*y*.

从图中可以看出，当直线*S*＝7*x*＋12*y*经过点*A*时，直线的纵截距最大，所以*S*也取最大值．

解方程组

得*A*(20,24)，故当*x*＝20，*y*＝24时，

*S*max＝7×20＋12×24＝428(万元)．

**三、解答题**

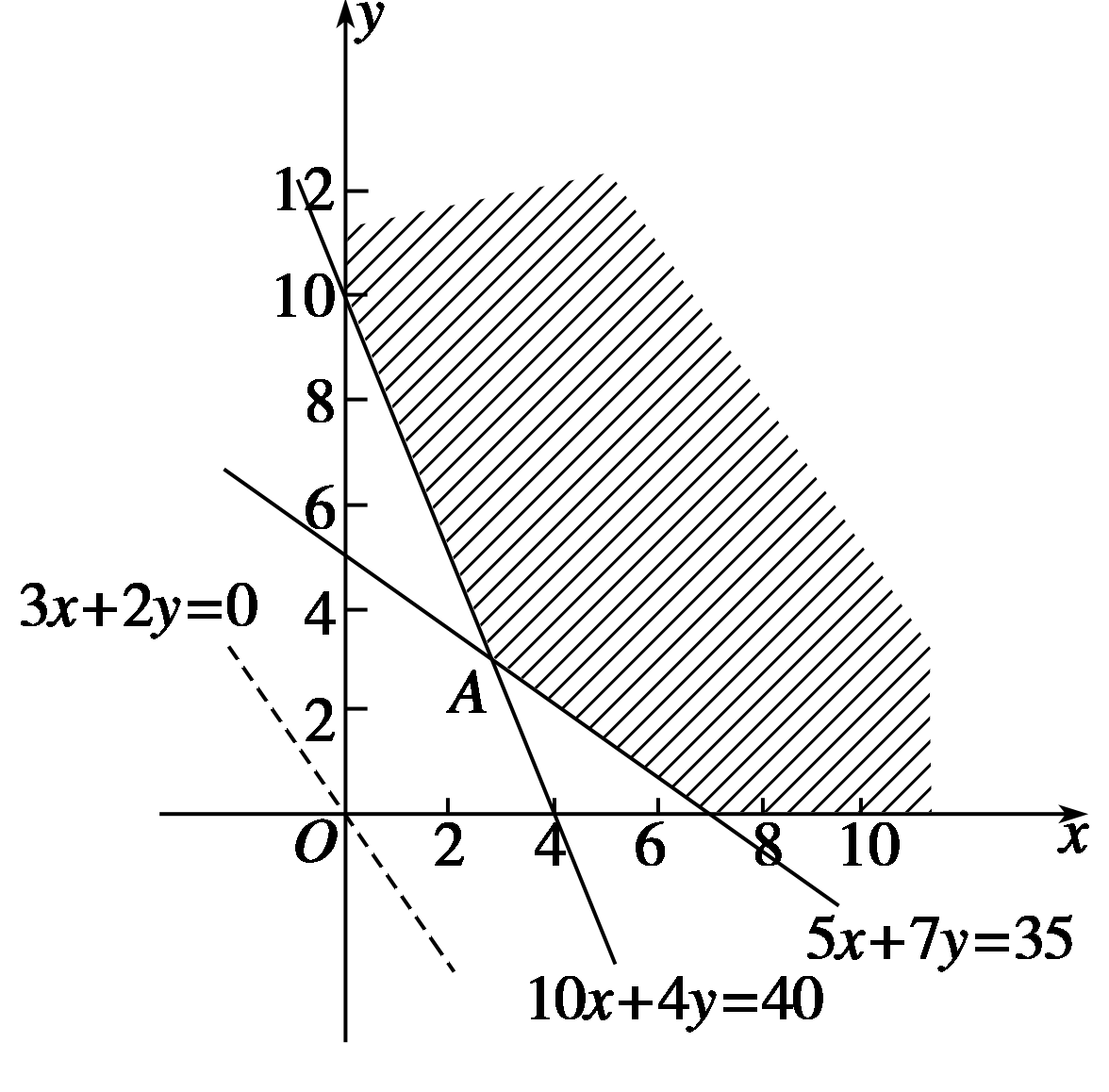
9．医院用甲、乙两种原料为手术后的病人配营养餐．甲种原料每10 g含5单位蛋白质和10单位铁质，售价3元；乙种原料每10 g含7单位蛋白质和4单位铁质，售价2元．若病人每餐至少需要35单位蛋白质和40单位铁质．试问：应如何使用甲、乙原料，才能既满足营养，又使费用最省？

**解**　将已知数据列成下表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 原料/10 g | 蛋白质/单位 | 铁质/单位 |
| 甲 | 5 | 10 |
| 乙 | 7 | 4 |
| 费用 | 3 | 2 |

设甲、乙两种原料分别用10*x* g和10*y* g，总费用为*z*，那么

目标函数为*z*＝3*x*＋2*y*，作出可行域如图所示：



把*z*＝3*x*＋2*y*变形为*y*＝－*x*＋，得到斜率为－，在*y*轴上的截距为，随*z*变化的一族平行直线．

由图可知，当直线*y*＝－*x*＋经过可行域上的点*A*时，截距最小，即*z*最小．

由得*A*(，3)，

∴*z*min＝3×＋2×3＝14.4.

∴甲种原料×10＝28(g)，乙种原料3×10＝30(g)，费用最省．

10．某家具厂有方木料90 m3，五合板600 m2，准备加工成书桌和书橱出售．已知生产每张书桌需要方木料0.1 m3，五合板2 m2，生产每个书橱需要方木料0.2 m3，五合板1 m2，出售一张方桌可获利润80元，出售一个书橱可获利润120元．

(1)如果只安排生产书桌，可获利润多少？

(2)如果只安排生产书橱，可获利润多少？

(3)怎样安排生产可使所得利润最大？

**解**　由题意可画表格如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 方木料(m3) | 五合板(m2) | 利润(元) |
| 书桌(个) | 0.1 | 2 | 80 |
| 书橱(个) | 0.2 | 1 | 120 |

(1)设只生产书桌*x*个，可获得利润*z*元，

则⇒⇒*x*≤300.

所以当*x*＝300时，*z*max＝80×300＝24 000(元)，

即如果只安排生产书桌，最多可生产300张书桌，获得利润24 000元．

(2)设只生产书橱*y*个，可获利润*z*元，

则⇒⇒*y*≤450.

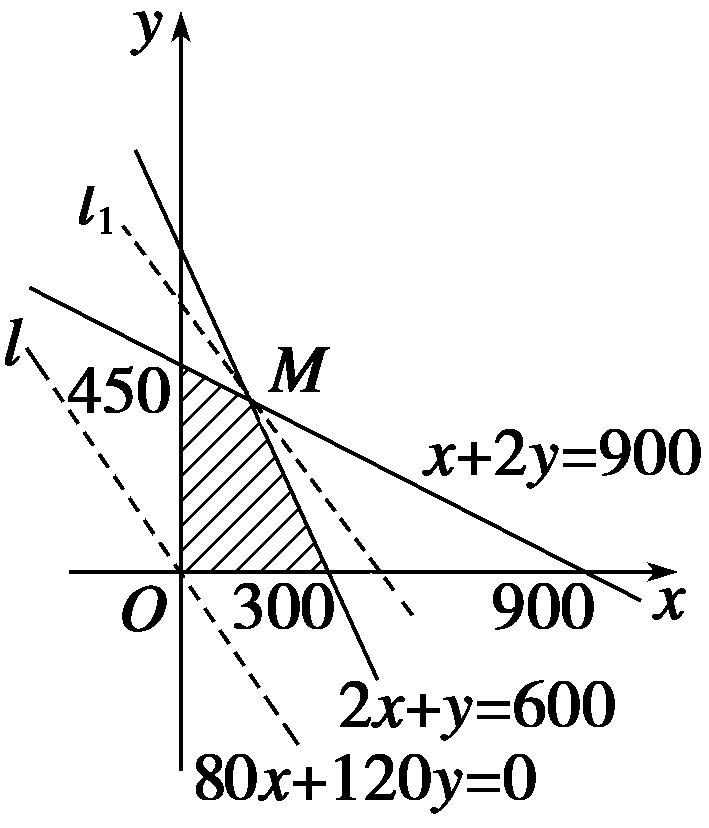
所以当*y*＝450时，*z*max＝120×450＝54 000(元)，

即如果只安排生产书橱，最多可生产450个书橱，获得利润54 000元．

(3)设生产书桌*x*张，书橱*y*个，利润总额为*z*元，则⇒

*z*＝80*x*＋120*y*.

在直角坐标平面内作出上面不等式组所表示的平面区域，即可行域．



作直线*l*：80*x*＋120*y*＝0，即直线*l*：2*x*＋3*y*＝0.

把直线*l*向右上方平移至*l*1的位置时，直线经过可行域上的点*M*，此时*z*＝80*x*＋120*y*取得最大值．

由解得点*M*的坐标为(100,400)．

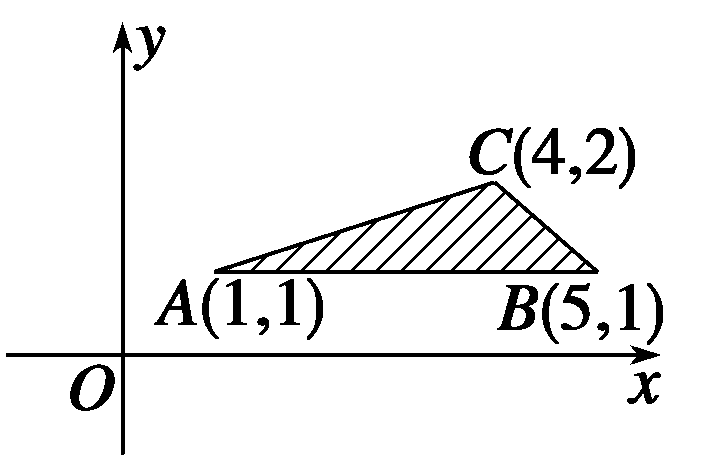
所以当*x*＝100，*y*＝400时，

*z*max＝80×100＋120×400＝56 000(元)．

因此，生产书桌100张、书橱400个，

可使所得利润最大．

**能力提升**



11．在如图所示的坐标平面的可行域内(阴影部分且包括边界)，目标函数*z*＝*x*＋*ay*取得最小值的最优解有无数个，则*a*的一个可能值为(　　)

A．－3 B．3 C．－1 D．1

**答案**　A

**解析**　当*a*＝0时，*z*＝*x*.仅在直线*x*＝*z*过点*A*(1,1)时，

*z*有最小值1，与题意不符．

当*a*>0时，*y*＝－*x*＋.

斜率*k*＝－<0，

仅在直线*z*＝*x*＋*ay*过点*A*(1,1)时，

直线在*y*轴的截距最小，此时*z*也最小，

与目标函数取得最小值的最优解有无数个矛盾．

当*a*<0时，*y*＝－*x*＋，斜率*k*＝－>0，

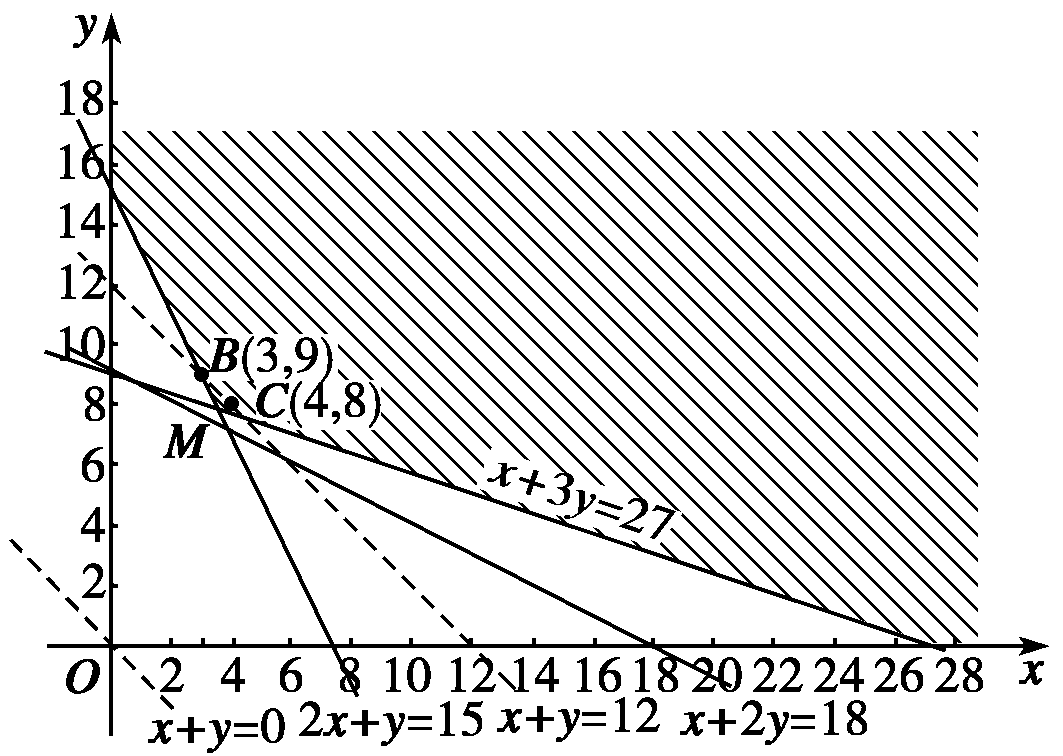
为使目标函数*z*取得最小值的最优解有无数个，当且仅当斜率－＝*kAC*.即－＝，∴*a*＝－3.

12．要将两种大小不同的钢板截成*A*、*B*、*C*三种规格，每张钢板可同时截得三种规格的小钢板的块数如下表所示：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *A*规格 | *B*规格 | *C*规格 |
| 第一种钢板 | 2 | 1 | 1 |
| 第二种钢板 | 1 | 2 | 3 |

今需要*A*、*B*、*C*三种规格的成品分别至少为15、18、27块，问各截这两种钢板多少张可得所需三种规格成品，且使所用钢板张数最少？

**解**　设需截第一种钢板*x*张，第二种钢板*y*张．



.

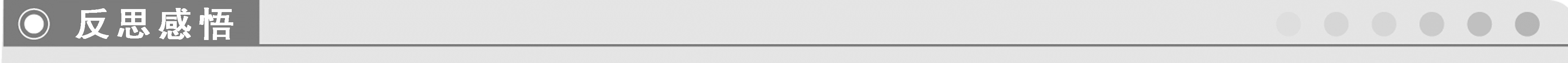
作出可行域(如图)：(阴影部分)

目标函数为*z*＝*x*＋*y*.

作出一组平行直线*x*＋*y*＝*t*，其中经过可行域内的点且和原点距离最近的直线，经过直线*x*＋3*y*＝27和直线2*x*＋*y*＝15的交点*A*，直线方程为*x*＋*y*＝.由于和都不是整数，而最优解(*x*，*y*)中，*x*，*y*必须都是整数，所以可行域内点不是最优解．

经过可行域内的整点且与原点距离最近的直线是*x*＋*y*＝12，经过的整点是*B*(3,9)和*C*(4,8)，它们都是最优解．

**答**　要截得所需三种规格的钢板，且使所截两种钢板的张数最少的方法有两种：第一种截法是截第一种钢板3张、第二种钢板9张；第二种截法是截第一种钢板4张、第二种钢板8张．两种方法都最少要截两种钢板共12张．



1．画图对解决线性规划问题至关重要，关键步骤基本上是在图上完成的，所以作图应尽可能准确，图上操作尽可能规范．

2．在实际应用问题中，有些最优解往往需要整数解(比如人数、车辆数等)而直接根据约束条件得到的不一定是整数解，可以运用枚举法验证求最优整数解，或者运用平移直线求最优整数解．最优整数解有时并非只有一个，应具体情况具体分析．