**不等关系与不等式难题-高中数学必修5第三章**

**类型一：作差比较大小**

**例1.** 比较下列两代数式的大小。

（1）与； （2）与

**思路点拨:** 此题属于两代数式比较大小，实际上是比较它们的值的大小，可以作差，然后展开，合并同类项之后，判断差值正负(注意是指差的符号，至于差的值究竟是多少，在这里无关紧要)。根据实数运算的符号法则来得出两个代数式的大小。比较两个代数式大小的问题转化为实数运算符号问题。

**解析：**

（1）∵，

∴.

（2）∵，

∴

**总结升华：**

用作差法比较两个实数（代数式）的大小，其具体解题步骤可归纳为：

第一步：作差并化简，其目标应是个因式之积或完全平方式或常数的形式；

第二步：判断差值与零的大小关系，必要时须进行讨论；

第三步：得出结论。

**举一反三：**

【变式1】在以下各题的横线处适当的不等号：

(1) ；

（2） ；

（3） ；

（4）当时， .

**【答案】**(1)＜； （2）＜ ； （3）＜； （4）＜

【变式2】比较下列两代数式的大小：

（1）与；（2）与.

**【答案】**

（1）

（2）



，

∴.

【变式3】已知(), 试比较和的大小。

**【答案】**，

∵即，

∴当时，；

当时，.

【变式4】已知，比较的大小

**【答案】**





**类型二：作商比较大小**

**例2．**已知：、, 且,比较的大小.

**思路点拨:** 本题是两指数式比较大小，如果设想作差法，很明显很难判断符号，由指数式是正项可以联想到作商法.

**解析：** ∵、 ，∴，

作商： （\*）

(1)若a>b>0, 则，a-b>0, , 此时成立；

(2)若b>a>0, 则, a-b<0，, 此时成立。

综上，总成立。

**总结升华：**

1、作商比较法的基本步骤是:

判定式子的符号并作商变形 判定商式大于1或等于1或小于1 结论。

2、正数的幂的乘积形式的大小比较一般用作商比较法.

**举一反三：**

【变式】已知为互不相等的正数，求证：

**【答案】**为不等正数，不失一般性，设

这时，，则有：



 

由指数函数的性质可知：

，即.

**类型三：不等式性质的应用**

**例3．**对于实数a,b,c判断以下命题的真假

（１）若a>b, 则ac<bc;

（２）若ac2>bc2，则a>b;

（３）若a<b<0, 则a2>ab>b2;

（４）若a<b<0, 则|a|>|b|;

（５）若a>b, >, 则a>0, b<0．

**解析：**

（１）因为c的符号不定，所以无法判定ac和bc的大小，故原命题为假命题。

（２）因为ac2>bc2, 所以c≠0, 从而c2>0，故原命题为真命题。

（３）因为，所以a2>ab ①

又，所以ab>b2 ②

综合①②得a2>ab>b2 ，故原命题为真命题．

（４）两个负实数，绝对值大的反而小，故原命题为真命题．

（５）因为 ，所以

所以 ，从而ab<0

又因a>b，所以a>0, b<0，故原命题为真命题．

**举一反三：**

【变式1】已知a、b、c 满足c<b<a且ac<0,那么下列选项中一定成立的是（ ）

A.ab>ac B.c(b-a)<0 C.cb2<ab2 D.ac(a-c)>0

**【答案】**A；

**解析：** ， ，∴ab>ac. 故选A.

【变式2】若a<b<0，则下列结论正确的是（ ）.

A.均不成立

B.

C.

D.

**【答案】**B；

**解析：**特殊值法：取a=-2,b=-1 ,分别代入四个选项，即得选项B.

**例4．**船在流水中航行，在甲地与乙地间来回行驶一次的平均速度和船在静水中的速度是否相等，为什么？   
　**解析：**设甲地与乙地的距离为S，船在静水中的速度为u, 水流速度为v(u>v>0)，

则船在流水中在甲地和乙地间来回行驶一次的时间

平均速度，   
　 　∵ ，

∴    
　 因此，船在流水中来回行驶一次的平均速度与船在静水中的速度不相等，平均速度小于船在静水中的速度。   
　　**举一反三：**

【变式】甲乙两车从A地沿同一路线到达B地，甲车一半时间的速度为a,另一半时间的速度为b;乙车用速度为a行走一半路程，用速度b行走另一半路程，若，试判断哪辆车先到达B地.

**【答案】**甲车先到达B地；

**解析：**设从A到B的路程为S，甲车用的时间为，乙车用的时间为，

则



所以，甲车先到达B地。