**数列的概念与简单表示法难题-高中数学必修5第二章**

**类型一：根据数列的前几项写出数列的一个通项公式**

**例1．**写出下列各数列的一个通项公式，使其前四项分别是:

(1) 0, ,,,…；

(2) 1, ,,,…；

(3) 9, 99,999, 9999,…；

(4) 6, 1, 6,1,….

**解析：**

（1）将数列改写为，，，，…，

故.

（2）此数列奇数项为正，偶数项为负，可用来表示；

其绝对值中分子为奇数数列，分母是自然数的平方数列，

故.

（3）将数列改写为, , , ，…，

故.

（4）将数列每一项减去6与1的平均值得新数列, -,, -,…，

故或

**总结升华：**写通项时注意以下常用思路：

①若数列中的项均为分数，则先观察分母的规律再观察分子的规律，如(1)；特别注意有时分数是约分后的结果，要根据观察还原分数；

②注意(－1)n在系数中的作用是让数列中的项正、负交替出现，如(2)；(-1)n作指数，让数列中隔项出现倒数；

③（4）可视为周期数列，故想到找一个周期为2的函数为背景。

④归纳猜想的关键是从特殊中去寻找一般规律，很多情况下是将已写出的项进行适当的变形，使规律明朗化.

⑤熟练掌握一些基本数列的通项公式，例如：

数列-1，1，-1，1，…的通项公式为；

数列1，2，3，4，…的通项公式为；

数列1，3，5，7，…的通项公式为；

数列2，4，6，8，…的通项公式为；

数列1，4，9，16，…的通项公式为；

数列1，，，，…的通项公式为。

**举一反三：**

【变式】根据下面数列的前几项的值，写出数列的一个通项公式：

(1) 3, 5, 9, 17, 33,…；

(2) , , , , , …；

(3) 0, 1, 0, 1, 0, 1,…；

(4) 1, 3, 3, 5, 5, 7, 7, 9, 9, …；

(5) 2, －6, 12, －20, 30, －42,….

**【答案】**

(1)；

(2)；

(3)；

(4)将数列变形为1＋0, 2＋1, 3＋0, 4＋1, 5＋0, 6＋1, 7＋0, 8＋1, …,

∴；

(5)将数列变形为1×2, －2×3, 3×4, －4×5, 5×6,…，

∴.

**类型二：通项公式的应用**

**例2.**设数列满足，写出这个数列的前五项。

**思路点拨:**只需在给出数列的通项公式中依次取，便可以求解.

**解析：**数列的前五项为：；；；；.

**总结升华：**根据数列的通项公式，可以写出数列的所有项。

**举一反三：**

【变式1】设数列满足，写出这个数列的前五项。

**【答案】**，，，，.

【变式2】根据下列数列的通项公式，写出它的第五项.

（1）； （2），

**【答案】**（1）；（2）5.

**例3．**已知数列的通项公式, 试问下列各数是否为数列的项，若是，是第几项？

(1) 94；(2) 71.

**思路点拨:**先假设是数列中的项，可以列方程求解，若求解得到的脚标，那么是数列中的项，否则，不是.

**解析：**

（1）设, 解得.

故94是数列的第32项.

（2）设，解得.

故71不是数列的项.

**举一反三：**

【变式】已知数列的通项公式,

（1）若，试问是第几项？

（2）56和28是否为数列的项？

**【答案】**（1）98项；（2）56是，28不是.

**类型三：递推公式的应用**

**例4.** 设数列满足：，，写出这个数列的前五项。

**思路点拨:**题中已给出的第1项和递推公式：，故可以依次写出下列各项.

**解析：**据题意可知：，，，，

故数列的前5项为:1，2，，，.

**总结升华：**递推公式也是给出数列的一种方法，根据数列的递推公式，可以逐次写出数列的所有项。

**举一反三：**

【变式1】已知数列满足：，，，写出前6项.

**【答案】**，，，，，.

【变式2】已知数列满足：，，写出前5项，并猜想．

**【答案】**

**法一：**，，，观察可得

**法二：**由，∴即

∴

∴

**类型四：前项和公式与通项的关系**

**例5．**已知数列的前项和公式，求通项**.**

（1），　 (2).

**思路点拨:** 先由时，，求出；再由当时，，求出，并验证是否符合所求出的.

**解析：**

(1) 当时，，

当时，，

∴

(2)当时，，

当时，，

∴()为所求.

**总结升华：**已知求出依据的是的定义：，分段求解，然后检验结果能否统一形式，能就写成一个，否则只能写成分段函数的形式.

**举一反三：**

【变式1】已知数列的前项和，求通项**.**

**【答案】**当时，

，

当时，，

∴.

【变式2】已知数列的前项积，求通项

**【答案】**当时，，

当时，，

∴.

**类型五：数列****的单调性**

**例6．**已知数列中,判断数列的单调性，并给以证明.

**思路点拨:** 选择数列中任意相邻两项作差比较即可.

**解析：**∵，

∴（）

∴数列是递增数列.

**总结升华：**数列也是函数，可以用证明函数的单调性的方法来证明.

**举一反三：**

【变式1】数列中：,（）

（1）写出它的前五项，并归纳出通项公式；

（2）判断它的单调性.

**【答案】**

（1）,,, , ,∴ **；**

（2）**方法一：**∵，

∴ 数列是递减数列.

**方法二：**∵函数在上单调递减，

∴数列是递减数列.

【变式2】数列中：****（，且为常数），判断数列的单调性.

**【答案】**∵，

当时， ∴数列是递减数列；

当时， ∴数列是递增数列.