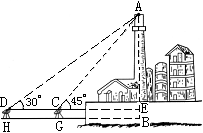
**应用举例难题-高中数学必修5第一章**

**类型一：测量高度问题**

例1、AB是底部B不可到达的一个建筑物，A为建筑物的最高点，H、G、B三点在同一条水平直线上。在H、G两点用测角仪器测得的仰角分别是、、，测角仪器的高是，求建筑物高度AB。



**思路点拨:**求AB长的关键是先求AE.在ACE中，如能求出C点到建筑物顶部A的距离CA，再测出由C点观察A的仰角，就可以计算出AE的长；或者先假设，然后可以找一个关于的方程.

**解析：**

**方法一：**在中，，，

根据正弦定理得：

在中，

∴

答：建筑物AB高度为

方法二：假设，则，

∵，∴，解得

∴.

答：建筑物AB高度为

**总结升华：** 注意“仰角”的概念。

**举一反三：**

【变式】为测量建造中的上海东方明珠电视塔已达到的高度，李明在学校的某一直线上选择A、B、C三点，AB=BC=60m，且在A、B、C三点观察塔的最高点，测得仰角分别为45°、54.2°、60°，如图，已知李明身高1.5m，试问建造中的电视塔已达到的高度为多少？(结果保留一位小数)

**【答案】**设塔高DF=h，DE=x，则h=x+1.5.

在Rt△AED、Rt△BED、Rt△CED中，

AE=DE·cot45°=x，BE=DEcot54.2°=xcot54.2°，

CE=DE·cot60°=

在△BEC和△ACE中，由余弦定理得

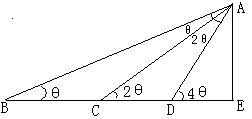
，

即.

解得x≈156.75m，h=x+1.5=158.3(m).

故建造中的电视塔现在已大约达到158.3m的高度.

例2、在某点B处测得建筑物AE的顶端A的仰角为，沿BE方向前进30m，至点C处测得顶端A的仰角为2，再继续前进10m至D点，测得顶端A的仰角为4，求的大小和建筑物AE的高。



**解析：**

**方法一：**用正弦定理求解

由已知可得在ACD中，AC=BC=30， AD=DC=10，ADC =，



因为sin4=2sin2cos2，∴,得

∴在RtADE中，AE=ADsin60=15

答：所求角，建筑物高度为15m。

**方法二：**设方程来求解

设DE= x，AE=h

在RtACE中,(10+ x) + h=30

在RtADE中,x+h=(10)

两式相减，得x=5,h=15

∴在RtACE中,tan2==

∴

答：所求角，建筑物高度为15m。

**方法三：**用倍角公式求解

设建筑物高为AE=8，

由题意，得BAC=，CAD=2，

AC=BC=30m ,AD=CD=10m

在RtACE中，sin2= -------- ①

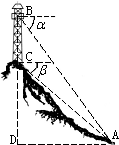
在RtADE中，sin4=--------- ②

②① 得cos2=,2=30,=15，AE=ADsin60=15

答：所求角，建筑物高度为15m。

**举一反三：**

【变式1】如图，在山顶铁塔上B处测得地面上一点A的俯角，在塔底C处测得A处的俯角，已知铁塔的BC部分的高为,求山高CD.

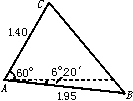


**【答案】**∵，，∴，

假设，则，

∵， ∴，解得.

【变式2】自动卸货汽车的车箱采用液压结构，设计时需要计算油泵顶杆BC的长度.已知车箱的最大仰角为60°，油泵顶点B与车箱支点A之间的距离为1.95ｍ，AB与水平线之间的夹角为6°20′，AC长为1.40ｍ，计算BC的长(保留三个有效数字).

**【答案】**由余弦定理，得

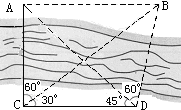
BC2=AB2+AC2－2AB·ACcosA=1.952+1.402－2×1.95×1.40×cos66°20′=3.571

∴BC≈1.89（ｍ）

答：油泵顶杆BC约长1.89ｍ.

**类型二：测量距离问题**

例3、如图，A、B两点都在河的对岸（不可到达），测量者在河岸边选定两点C、D，测得，并且在C、D两点分别测得，，，，求河的对岸的两点A、B间的距离。



**思路点拨:** 这是一道关于研究两个不可到达的点之间的距离测量问题。题目条件告诉了边CD的长以及以C、D为顶点的四个角，根据三角形的内角和定理和正弦定理很容易算出AC、AD、BC或BD；然后选择恰当的三角形，再利用余弦定理可以计算出AB的距离。

**解析：**在中， ，，

∴，

∴在中，

在中，，，，

∴，

由正弦定理得：

在中，由余弦定理得：

故A、B间的距离为.

**总结升华：**

1. 此题虽为解三角形问题的简单应用，但关键是把未知边所处的三角形找到，在转换过程中应注意排除题目中非数学因素的干扰，将数量关系从题目准确地提炼出来.

2. 解三角形的应用题时，通常会遇到两种情况：

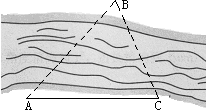
（1）已知量与未知量全部集中在一个三角形中，依次利用正弦定理或余弦定理解之。

（2）已知量与未知量涉及两个或几个三角形，这时需要选择条件足够的三角形优先研究，再逐步在其余的三角形中求出问题的解。

3. 在研究三角形时，灵活根据两个定理可以寻找到多种解决问题的方案，但有些过程较繁复，如何找到最优的方法，最主要的还是分析两个定理的特点，结合题目条件来选择最佳的计算方式。

**举一反三：**

【变式1】如图，设A、B两点在河的两岸，要测量两点之间的距离，测量者在A的同侧，在所在的河岸边选定一点C，测出AC的距离是42m，BAC=，ACB=。求A、B两点的距离.



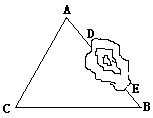
**【答案】**

根据正弦定理，得，

∴

答:A、B两点间的距离为.

【变式2】为了开凿隧道，要测量隧道上D、E间的距离，为此在山的一侧选取适当点C，如图，测得CA=400m，CB=600m， ∠ACB=60°，又测得A、B两点到隧道口的距离AD=80m，BE=40m(A、D、E、B在一条直线上)，计算隧道DE的长.

**【答案】**在△ABC中，CA=400m，CB=600m， ∠ACB=60°，

由余弦定理得

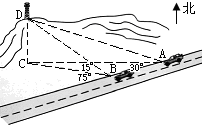
∴

∴

答：隧道长约为409.2m.

**类型三：方位角问题**

例4、如图,一辆汽车在一条水平的公路上向正西行驶,到A处时测得公路南侧远处一山顶D在西偏北的方向上,行驶后到达B处,测得此山顶在西偏北的方向上,仰角为,求此山的高度CD.



**思路点拨:** 欲求出CD，只需在BCD中求出BD或BC，而在BCD中先求BC边比较适合；或设CD=x,列方程解答.

**解析：**

**方法一：**在ABC中, ，，,

根据正弦定理： =  ,有，

∴ .

**方法二：**设CD=x，则，

根据正弦定理： =  ,有，

∴，解得，即.

**总结升华：**正确地画出其空间示意图是解题的关键.

**举一反三：**

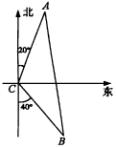
【变式1】两灯塔A、B与海洋观察站C的距离都等于a km,灯塔A在观察站C的北偏西30，灯塔B在观察站C南偏西60，则A、B之间的距离为 ；

**【答案】**；



如图，，，。

【变式2】如图示，已知两座灯塔A和B与海洋观察站C的距离都等于，灯塔A在观察站C的北偏东20°，灯塔B在观察站C的南偏东40°，则灯塔A与灯塔B的距离为(   )

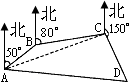


A.   B. C.  D.

**【答案】**B

【变式3】沿一条小路前进，从A到B，方位角(从正北方向顺时针转到AB方向所成的角)是50°，距离是470m，从B到C，方位角是80°，距离是860m，从C到D，方位角是150°，距离是640m.试画出示意图，并计算出从A到D的方位角和距离.

**【答案】**连结AC.在△ABC中，∠ABC=50°+(180°-80°)=150°，AB=470m，BC=860m.

由余弦定理得







由正弦定理得

∴ ∠BAC≈19.5°，∠ACB=10.5°.

在△ACD中，∠ACD=80°-10.5°+30°=99.5°，CD=640m.

由余弦定理得

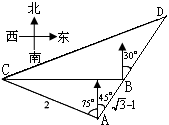
由正弦定理得，∴ ∠CAD≈24.4°.

∴ AD的方位角为50°+19.5°+24.4°=93.9°

答：从A到D的方位角为93.9°，距离约为1531m.

**类型四：航海问题**

例5、如图所示，在海岸A处，发现北偏东45°方向，距A为()km的B处有一艘走私船.在A处北偏西75°方向，距A为2 km的C处的缉私船奉命以km/h的速度追截走私船.此时走私船正以10km/h的速度从B处向北偏东30°方向逃窜，则缉私船沿什么方向能最快追上走私船?并求出所需要的时间.



**思路点拨:**这里必须弄清楚三个概念：

(1)方位角；

(2)沿什么方向追，即按什么方位角航行；

(3)最快追上，即应理解为按直线航行，且两船所用时间相等，画出示意图，即可求出CD的方位角及由C到D所需航行的时间.

**解析：**设缉私船追上走私船需，则，.

由余弦定理，得





，

由正弦定理，得，

∴，而，

∴

∴，.

∴，即，∴ 

答：缉私船向东偏北方向，只需便能追上走私船.

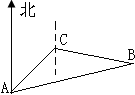
**举一反三：**

【变式】某巡逻艇在A处发现北偏东45相距9海里的C处有一艘走私船，正沿南偏东75的方向以10海里/小时的速度向我海岸行驶，巡逻艇立即以14海里/小时的速度沿着直线方向追去，问巡逻艇应该沿什么方向去追？需要多少时间才追赶上该走私船？

**【答案】**设该巡逻艇沿AB方向经过x小时后在B处追上走私船，

则CB=10x, AB=14x,AC=9,

ACB=+=

∴(14x) = 9+ (10x)  -2910xcos

∴化简得32x-30x-27=0，即x=,或x=-(舍去)

所以BC = 10x =15,AB =14x =21,

又因为sinBAC ===

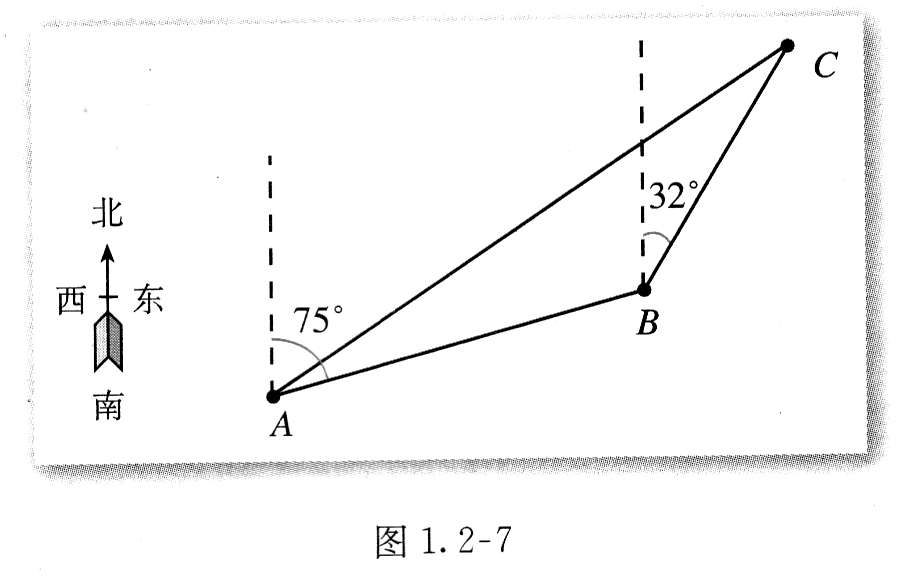
∴BAC =38,或BAC =141（钝角不合题意，舍去），

∴38+=83

答：巡逻艇应该沿北偏东83方向去追，经过1.4小时才追赶上该走私船.

**注意：**在求解三角形中，我们可以根据正弦函数的定义得到两个解，但作为有关现实生活的应用题，必须检验上述所求的解是否符合实际意义，从而得出实际问题的解

例6、如图，一艘海轮从A出发，沿北偏东75的方向航行67.5 n mile后到达海岛B,然后从B出发,沿北偏东32的方向航行54.0 n mile后达到海岛C.如果下次航行直接从A出发到达C,此船应该沿怎样的方向航行,需要航行多少距离?(角度精确到0.1,距离精确到0.01n mile)



**思路点拨:**首先根据三角形的内角和定理求出AC边所对的角ABC，即可用余弦定理算出AC边，再根据正弦定理算出AC边和AB边的夹角CAB。

**解析：**

在ABC中，ABC=180- 75+ 32=137，根据余弦定理，

AC=

=

≈113.15

根据正弦定理,

 = 

sinCAB = =≈0.3255,

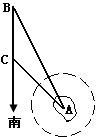
所以CAB =19.0, 75-CAB =56.0

答:此船应该沿北偏东56.1的方向航行,需要航行113.15n mile

**举一反三：**

【变式1】如图所示，海中小岛A的周围38海里内有暗礁，某船正由北向南航行，在B处测得小岛A在船的南偏东，航行30海里后，在C处测得小岛A在船的南偏东，如果此船不改变航向，继续向南航行，有无触礁危险？

**【答案】**船继续向南航行，有无触礁的危险，取决于A到直线BC的距离与38海里的大小.于是，只要先算出AC(或AB)，再算出A到BC所在直线的距离，将它与38海里比较即得问题的解.

在中，，，，

∴，

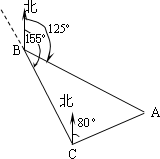
由正弦定理知：，∴

∴

于是A到BC所在直线的距离为(海里)

它大于38海里，所以继续向南航行无触礁危险.

【变式2】如图，货轮在海上以50里/时的速度沿方位角(从正北方向顺时针转到目标方向线的水平角)为的方向航行.为了确定船位，在B点处观测到灯塔A的方位角为.半小时后，货轮到达C点处，观测到灯塔A的方位角为.求此时货轮与灯塔之间的距离.

**【答案】**在△ABC中，∠ABC=155o－125o=30o，

∠BCA=180o－155o+80o=105o，

∠BAC=180o－30o－105o=45o， BC=，

由正弦定理，得

∴AC==（里）

答：船与灯塔间的距离为里.