**正弦定理和余弦定理考点-高中数学必修5第一章**

**学习目标：**

1. 使学生掌握正弦、余弦定理的推导过程，能初步运用正弦、余弦定理解斜三角形；

2.熟记正弦、余弦定理及其变形形式；

3. 通过正弦、余弦定理的推导体现数形结合的思想、分类讨论的思想。

**重点：**正、余弦定理的推导及应用。

**难点：**正、余弦定理的向量证明，两个定理的综合运用。

考向一　利用正弦定理解三角形

【例1】►在△*ABC*中，*a*＝，*b*＝，*B*＝45°.求角*A*，*C*和边*c*.

[审题视点] 已知两边及一边对角或已知两角及一边，可利用正弦定理解这个三角形，但要注意解的判断．

解　由正弦定理得＝，＝，

∴sin *A*＝.

∵*a*＞*b*，∴*A*＝60°或*A*＝120°.

当*A*＝60°时，*C*＝180°－45°－60°＝75°，

*c*＝＝；

当*A*＝120°时，*C*＝180°－45°－120°＝15°，

*c*＝＝.

 (1)已知两角一边可求第三角，解这样的三角形只需直接用正弦定理代入求解即可．

(2)已知两边和一边对角，解三角形时，利用正弦定理求另一边的对角时要注意讨论该角，这是解题的难点，应引起注意．

【训练1】 (2011·北京)在△*ABC*中，若*b*＝5，∠*B*＝，tan *A*＝2，则sin *A*＝\_\_\_\_\_\_\_\_；*a*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　因为△*ABC*中，tan *A*＝2，所以*A*是锐角，

且＝2，sin2*A*＋cos2*A*＝1，

联立解得sin *A*＝，

再由正弦定理得＝，

代入数据解得*a*＝2.

答案　　2

考向二　利用余弦定理解三角形

【例2】►在△*ABC*中，*a*、*b*、*c*分别是角*A*、*B*、*C*的对边，且＝－.

(1)求角*B*的大小；

(2)若*b*＝，*a*＋*c*＝4，求△*ABC*的面积．

[审题视点] 由＝－，利用余弦定理转化为边的关系求解．

解　(1)由余弦定理知：cos *B*＝，

cos *C*＝.

将上式代入＝－得：

·＝－，

整理得：*a*2＋*c*2－*b*2＝－*ac*.

∴cos *B*＝＝＝－.

∵*B*为三角形的内角，∴*B*＝π.

(2)将*b*＝，*a*＋*c*＝4，

*B*＝π代入*b*2＝*a*2＋*c*2－2*ac*cos *B*，

得*b*2＝(*a*＋*c*)2－2*ac*－2*ac*cos *B*，

∴13＝16－2*ac*，∴*ac*＝3.

∴*S*△*ABC*＝*ac*sin *B*＝.

 (1)根据所给等式的结构特点利用余弦定理将角化边进行变形是迅速解答本题的关键．

(2)熟练运用余弦定理及其推论，同时还要注意整体思想、方程思想在解题过程中的运用．

【训练2】 (2011·桂林模拟)已知*A*，*B*，*C*为△*ABC*的三个内角，其所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且2cos2 ＋cos *A*＝0.

(1)求角*A*的值；

(2)若*a*＝2，*b*＋*c*＝4，求△*ABC*的面积．

解　(1)由2cos2 ＋cos *A*＝0，

得1＋cos *A*＋cos *A*＝0，

即cos *A*＝－，

∵0＜*A*＜π，∴*A*＝.

(2)由余弦定理得，

*a*2＝*b*2＋*c*2－2*bc*cos *A*，*A*＝，

则*a*2＝(*b*＋*c*)2－*bc*，

又*a*＝2，*b*＋*c*＝4，

有12＝42－*bc*，则*bc*＝4，

故*S*△*ABC*＝*bc*sin *A*＝.

考向三　正、余弦定理的综合应用

【例3】►在△*ABC*中，内角*A*，*B*，*C*对边的边长分别是*a*，*b*，*c*，已知*c*＝2，*C*＝.

(1)若△*ABC*的面积等于，求*a*，*b*；

(2)若sin *C*＋sin(*B*－*A*)＝2sin 2*A*，求△*ABC*的面积．

[审题视点] 第(1)问根据三角形的面积公式和余弦定理列出关于*a*，*b*的方程，通过方程组求解；第(2)问根据sin *C*＋sin(*B*－*A*)＝2sin 2*A*进行三角恒等变换，将角的关系转换为边的关系，求出边*a*，*b*的值即可解决问题．

解　(1)由余弦定理及已知条件，得*a*2＋*b*2－*ab*＝4.

又因为△*ABC*的面积等于，所以*ab*sin *C*＝，得*ab*＝4，联立方程组解得

(2)由题意，得sin(*B*＋*A*)＋sin(*B*－*A*)＝4sin *A*cos *A*，

即sin *B*cos *A*＝2sin *A*cos *A*.

当cos *A*＝0，即*A*＝时，*B*＝，

*a*＝，*b*＝；

当cos *A*≠0时，得sin *B*＝2sin *A*，

由正弦定理，得*b*＝2*a*.

联立方程组

解得

所以△*ABC*的面积*S*＝*a* *b*sin *C*＝.

 正弦定理、余弦定理、三角形面积公式对任意三角形都成立，通过这些等式就可以把有限的条件纳入到方程中，通过解方程组获得更多的元素，再通过这些新的条件解决问题．

【训练3】 (2011·北京西城一模)设△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*所对的边长分别为*a*，*b*，*c*，且cos *B*＝，*b*＝2.

(1)当*A*＝30°时，求*a*的值；

(2)当△*ABC*的面积为3时，求*a*＋*c*的值．

解　(1)因为cos *B*＝，所以sin *B*＝.

由正弦定理＝，可得＝，

所以*a*＝.

(2)因为△*ABC*的面积*S*＝*ac*·sin *B*，sin *B*＝，

所以*ac*＝3，*ac*＝10.

由余弦定理得*b*2＝*a*2＋*c*2－2*ac*cos *B*，

得4＝*a*2＋*c*2－*ac*＝*a*2＋*c*2－16，即*a*2＋*c*2＝20.

所以(*a*＋*c*)2－2*ac*＝20，(*a*＋*c*)2＝40.

所以*a*＋*c*＝2.

阅卷报告4——忽视三角形中的边角条件致错

【问题诊断】 考查解三角形的题在高考中一般难度不大，但稍不注意，会出现“会而不对，对而不全”的情况，其主要原因就是忽视三角形中的边角条件．

【防范措施】 解三角函数的求值问题时，估算是一个重要步骤，估算时应考虑三角形中的边角条件．

【示例】►(2011·安徽)在△*ABC*中，*a*，*b*，*c*分别为内角*A*，*B*，*C*所对的边长，*a*＝，*b*＝，1＋2cos(*B*＋*C*)＝0，求边*BC*上的高．

错因　忽视三角形中“大边对大角”的定理，产生了增根．实录　由1＋2cos(*B*＋*C*)＝0，

知cos *A*＝，∴*A*＝，

根据正弦定理＝得：

sin *B*＝＝，∴*B*＝或.

以下解答过程略．

正解　∵在△*ABC*中，cos(*B*＋*C*)＝－cos *A*，

∴1＋2cos(*B*＋*C*)＝1－2cos *A*＝0，∴*A*＝.

在△*ABC*中，根据正弦定理＝，

∴sin *B*＝＝.

∵*a*＞*b*，∴*B*＝，∴*C*＝π－(*A*＋*B*)＝π.

∴sin *C*＝sin(*B*＋*A*)＝sin *B*cos *A*＋cos *B*sin *A*

＝×＋×＝.

∴*BC*边上的高为*b*sin *C*＝×＝.

【试一试】 (2011·辽宁)△*ABC*的三个内角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，*a*sin *A*sin *B*＋*b*cos2 *A*＝*a*.

(1)求；

(2)若*c*2＝*b*2＋*a*2，求*B*.

[尝试解答]　(1)由正弦定理得，

sin2*A*sin *B*＋sin *B*cos2*A*＝sin *A*，即

sin *B*(sin2*A*＋cos2*A*)＝sin *A*.

故sin *B*＝sin *A*，所以＝.

(2)由余弦定理和*c*2＝*b*2＋*a*2，得cos *B*＝.

由(1)知*b*2＝2*a*2，故*c*2＝(2＋)*a*2.

可得cos2*B*＝，又cos *B*＞0，故cos *B*＝，所以*B*＝45°.