**简单的三角恒等变换解题方法与技巧-高中数学必修4第三章**

三角学中，有关求值、化简、证明以及解三角方程与解几何问题等，都经常涉及到运用三角变换的解题方法与技巧，而三角变换主要为三角恒等变换。三角恒等变换在整个初等数学中涉及面广，是常用的解题工具，而且由于三角公式众多，方法灵活多变，若能熟练掌握三角恒等变换的技巧，不但能加深对三角公式的记忆与内在联系的理解，而且对发展数学逻辑思维能力，提高数学知识的综合运用能力都大有益处。三角恒等变换是以三角基本关系式，诱导公式，和，差，倍角等公式为基础的，三角变换的常见策略有：（1）发现差异；（2）寻找联系；（3）合理转换。概括起来就是：利用和，差，倍角等三角公式实行各种转化，从而达到问题解决的目的。

三角变换是运算化简的过程中运用较多的变换，提高三角变换能力，要学会创设条件，灵活运用三角公式，掌握运算，化简的方法和技能。常用的数学思想方法技巧如下：

**一、变“名”**

三角变换的主要目的在于“消除差异，化异为同”，而题目中经常出现不同名的三角函数，这就需要变“名”，即化异名函数为同名函数。变换的依据是同角三角的关系式和诱导公式，切化弦、弦化切等。

例1： 已知，求的值

分析：由已知可得。 若由分别求出，的话可以解答此题，但需要对分别在第一、三象限两种情形进行讨论，相当繁琐且运算量大，仔细阅读的话，发现这是一个关于正弦和余弦的三项齐次式，倘若能把所求的式子转化为只含有的式子，则题目就相当容易解答了。联想所学过的公式知道，因此得到下面的简单解法。

解析: 由已知可得.



评析: 解答本题的关键是实施变“名”，即将化成只含有的式子，从而快速解答。

**二、变“角”**

在三角化简、求值中，题目中的表达式中往往会出现较多的相异角，根据角与角之间的和差、倍角、互补、互余的关系，进行变“角”，即寻找已知条件与结论中角的差异，从而使问题获解.常见的变角方式有

①是的二倍；是的二倍；是的二倍；是的二倍；是的二倍；是的二倍；是的二倍。

②；

③；

④；

⑤；等等

例2：已知，，求的值

分析：已知角为，，未知角，发现有

成立，且问题便迎刃而解。

解析：因为

所以

评析**：**通过变角巧妙地解答了此题。

**三、逆变**

在进行三角变换时，顺用公式较多，但有时若能逆用两角和差的正弦、余弦、正切公式解题可以帮助我们快速开拓解题思路。

例3：求函数的周期及最大值。

分析：要求的周期及最大值，一定要先将三角函数化成

****的形式才能够做出判断，由

联想逆用两角和的正弦公式即可得到解题思路。

解析：

所以的周期为，最大值为3

评析：本题逆用两角和的正弦公式化简了式子，从而解答了此题。

**四、“1” 的变换**

在三角函数运算，求值，证明中，有时需要将常数转化为三角函数值，例如常数“1”的代换变形有：



例4：求的最小值

分析：观察式子，有分母的结构我们联想到的代换，有



（当且仅当时取等号），即函数的最小值是

评析：解答本题的关键是灵活应用了，从而巧妙解答了此题。

**五、利用降次与升幂进行变换**

分析题目的结构，掌握题目结构上的特点，通过降次升幂等手段，为使用公式创造条件，也是三角变换的一种重要策略，常见的降次与升幂公式主要有，，等

例5：化简

分析：这道题的分子与分母部分的次数分别是次于次，次数较高，题目不容易下手解答，应当考虑降低式子的次数，联想学过的知识我们有



这样我们就容易处理问题了。

解析：因为





评析：在三角恒等变换过程中，若能充分利用降次与升幂等三角变换手段，能快速帮助我们解答一些涉及到高次幂的三角函数问题，希望同学们在备考复习中要注重总结这种方法，以提高自己解答这类题的能力。

**六、利用数学思想方法进行变换**

三角函数式恒等变形是三角函数最重要的学习内容，无论是研究三角函数式的性质，或是三角函数式的化简、求值和证明，都需要对三角函数式进行恒等变形，方法和技巧十分丰富，其中也蕴含着数形结合、化归、函数与方程、换元、等量代换、图形变换等诸多数学思想方法，数学思想方法是数学知识在更高层次上的概括，它蕴涵在数学知识发生、发展和应用的过程中.数学思想方法主要有转化与化归思想、整体化思想、特殊与一般化思想等等，学习中要注意对典型题型和典型方法进行总结整理，加强对数学思想方法的培养和训练，以及对数学思维品质的培养和训练。

 例6：设锐角三角形的内角，求的取值范围．

分析：由三角形的内角和定理可得, 要想求得 的范围我们必须利用消元思想把用另一个表示，即化成只有一个角的形式， 这样我们就容易处理问题了。

解析：因为,所以,得由为锐角三角形知



所以

由此，所以的取值范围为

评析：在三角恒等变换过程中，若能充分利用一些重要的数学思想和方法，能快速帮助我们找到解题思路，本小题主要考查利用消元思想与两角和差公式求三角函数式的范围值。

**七、结构的变换**

在三角函数变换过程中，认真观察题目，挖掘题目的隐含条件，充分把握题目的整体结构，有助于我们找到解题的思路。

例7：求的值

分析：表面上看，因为、、都不是特殊角，想直接求出它们的值是不可能的，认真观察题目，从把握题目的整体结构入手的话我们可以看出式子结构上给人一种对称美、和谐美的感觉.由已知条件联想类比所学过的二倍角公式,我们不妨通过设置辅助因子,于是我们找到了解题的思路。

解析：



评析：凡呈二倍角的余弦的连乘结构的题目，均可采用本题之方法。

总之， 解答三角恒等变换的题目的方法不拘泥,万变不离其宗，要注意灵活运用，要注意这样的口决，要努力作到“三看”，即（1）看角,把角尽量向特殊角或可计算角转化；（2）看名，把一道等式尽量化成同一名称或相近的名称，例如把所有的切都转化为相应的弦，或把所有的弦转化为相应的切；（3）看式,看式子是否满足三角函数的公式，如果满足直接使用,如果不满足转化一下角或转换一下名称就可以使用。遵循下面规律进行三角运算的基本原则：①切化弦，异名化同名（名称分析法）；②异角化同角（角分析法）③高次降幂，分式通分，无理化有理(结构分析法)；④常数的处理（特别注意“1”的代换）。