**简单的三角恒等变换知识点总结-高中数学必修4第三章**

一、**知识点总结**

1、两角和与差的正弦、余弦和正切公式：

⑴；⑵；

⑶；⑷；

⑸  （）；

⑹  （）．

2、二倍角的正弦、余弦和正切公式：

⑴．

⑵

升幂公式

降幂公式，．

⑶．

 （后两个不用判断符号，更加好用）

3、



4、合一变形把两个三角函数的和或差化为“一个三角函数，一个角，一次方”的 

形式。，其中．

5．（1）积化和差公式

sin·cos=[sin(+)+sin(-)] cos·sin=[sin(+)-sin(-)]

cos·cos=[cos(+)+cos(-)] sin·sin= -[cos(+)-cos(-)]

（2）和差化积公式

sin+sin=  sin-sin=

cos+cos= cos-cos= -

tan+ cot= tan- cot= -2cot2

1+cos= 1-cos=

1±sin=()2

6。（1）升幂公式

1+cos= 1-cos=

1±sin=()2  1=sin2+ cos2

sin=

（2）降幂公式

sin2 cos2

sin2+ cos2=1 sin·cos=

7、三角变换是运算化简的过程中运用较多的变换，提高三角变换能力，要学会创设条件，灵活运用三角公式，掌握运算，化简的方法和技能．常用的数学思想方法技巧如下：

（1）角的变换：在三角化简，求值，证明中，表达式中往往出现较多的相异角，可根据角与角之间的和差，倍半，互补，互余的关系，运用角的变换，沟通条件与结论中角的差异，使问题获解，对角的变形如：

①是的二倍；是的二倍；是的二倍；是的二倍；

②；问： ； ；

③；④；

⑤；等等

（2）函数名称变换：三角变形中，常常需要变函数名称为同名函数。如在三角函数中正余弦是基础，通常化切为弦，变异名为同名。

（3）常数代换：在三角函数运算，求值，证明中，有时需要将常数转化为三角函数值，例如常数“1”的代换变形有：



（4）幂的变换：降幂是三角变换时常用方法，对次数较高的三角函数式，一般采用降幂处理的方法。常用降幂公式有： ； 。降幂并非绝对，有时需要升幂，如对无理式常用升幂化为有理式，常用升幂公式有： ； ；

（5）公式变形：三角公式是变换的依据，应熟练掌握三角公式的顺用，逆用及变形应用。

如：； ；

；；

；；

 ； ；

 ；

 = ；

 = ；（其中 ；）

 ； ；

（6）三角函数式的化简运算通常从：“角、名、形、幂”四方面入手；

**基本规则是：见切化弦，异角化同角，复角化单角，异名化同名，高次化低次，无理化有理，特殊值与特殊角的三角函数互化。**

如： ；

 。

 ；

 ；推广：

 ；推广：

**二、基础训练**

**1．下列各式中，值为的是 A、 　B、　C、　　D、　（答：C）；**

**2．已知，那么的值为\_\_\_\_（答：）；**

**3．的值是\_\_\_\_\_\_（答：4）；**

**4．已知，求的值（用a表示）甲求得的结果是，乙求得的结果是，对甲、乙求得的结果的正确性你的判断是\_\_\_\_\_\_（答：甲、乙都对）**

**5．已知，，那么的值是\_\_\_\_\_（答：）；**

**6．已知，且，，求的值（答：）**

**7．求值（答：1）；**

**8．已知，求的值（答：）**

**9．已知A、B为锐角，且满足，则＝\_\_\_\_\_（答：）；**

**10．若，化简为\_\_\_\_\_（答：）**

**11．函数的单调递增区间为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（答：）**

**12．化简：（答：）**

**13．若方程有实数解，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.（答：[－2,2]）；**

**14．当函数取得最大值时，的值是\_\_\_\_\_\_(答：)；**

**15．如果是奇函数，则= (答：－2)；**

**16．求值：\_\_\_\_\_\_\_\_(答：32)**

**17．若且，，求的值（答：）.**

**三、规范解题**

**1.. 已知α21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。(21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。，21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)，β21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。(0，21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。),21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。(α－21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)＝21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。，sin(21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。＋β)＝21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。，求sin(α＋β)的值．**

**解：**∵α－21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。＋21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。＋β＝α＋β＋21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

α∈(21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。) β∈(0,21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)

∴α－21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。∈(0,21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。) β＋21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。∈(21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。,π)

∴sin(α－21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)＝21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。 cos(21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)＝－21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

∴sin(α＋β)＝－cos[21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。＋(α＋β)]

＝－cos[(α－21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)＋(21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)]＝21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

**2.．化简sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。.**

**解 方法一**  （复角→单角，从“角”入手）

原式=sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·(2cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-1)·(2cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-1)

=sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。(4cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-2cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-2cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+1)

=sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

=sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

=sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。=1-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。=21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。.

**方法二** （从“名”入手，异名化同名）

原式=sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+(1-sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

=cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。 (cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

=cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

=cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

=21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

=21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。=21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。.

**方法三** （从“幂”入手，利用降幂公式先降次）

原式=21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

=21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。(1+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)+21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。(1+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。=21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。.

**方法四** （从“形”入手，利用配方法，先对二次项配方）

原式=(sin21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·sin21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-cos21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)2+2sin21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·sin21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

=cos2(21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)+21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·sin221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

=cos2(21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)-21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·cos(221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+221世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)

=cos2(21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)- 21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。·［2cos2(21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。+21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)-1］=21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。.

**3．**已知21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。；

(1) 求21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。的值； (2) 设21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。，求sinα的值．

**解：**（1）∵21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

∴21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

（2）21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

∴21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

16sin22－4sinα－11＝0 解得21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

∵21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。 故21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

**4．**已知sin2 2α＋21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。2α cosα－cos2α＝1，α21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。(0，21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。)，求sinα、tanα的值．

**解：**由已知得

sin22α＋sin2αcosα－2cos2α＝0

即(sin2α＋2cosα) (sin2α－cosα)＝0

cos2α(1＋sinα) (2sinα－1)＝0

∵α∈(0，21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。) cosα≠0 sinα≠－1

∴2sinα＝1 sinα＝21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。 ∴tanα＝21世纪教育网 -- 中国最大型、最专业的中小学教育资源门户网站。

**5.设向量，若，，求的值。**

【解题思路】先进行向量计算,再找角的关系.

解析:



【导引】三角与向量是近几年高考的热门题型,这类题往往是先进行向量运算,再进行三角变换

**6.已知<<<,**

**(Ⅰ)求的值.（Ⅱ）求.**

【解题思路】由同角关系求出再求；又结合角的范围定角。

[解析]（Ⅰ）由，得

∴，于是

（Ⅱ）由，得

又∵，∴

由得：

,所以

【导引】本题考察三角恒等变形的主要基本公式、三角函数值的符号，已知三角函数值求角以及计算能力。

**7.已知函数**

**（Ⅰ）将函数化简成（，，）的形式；**

**（Ⅱ）求函数的值域.**

本小题主要考查函数的定义域、值域和三角函数的性质等基本知识，考查三角恒等变换、代数式的化简变形和运算能力.

解：（Ⅰ）







＝

（Ⅱ）由得

在上为减函数，在上为增函数，

又（当），

即

故*g*(*x*)的值域为