**简单的三角恒等变换易错点-高中数学必修4第三章**

众多的三角公式，构成了丰富多彩的三角学。要灵活地进行三角恒等变换，除熟练地掌握三角公式以及一般的代数变形技巧外，更重要的是抓住三角式的结构特征，从角和函数名入手，深入分析，灵活解题。

【例1】（1）已知cosβ= -1058104，sin(α+β)= 1058099，且0<α<1058222<β<π，求sinα的值。

（2）已知sin(1058109-α)= 1058104，求1058112的值。

**提示：**（1）sinα=1058210。

（2）sin2α=1-2 sin2(1058109-α)=1058111；1058112=1058114。

【说明】三角变换重在角的变换。

【例2】求cos1058176cos1058177cos1058158…cos1058159的值。

**解法1：**利用公式cosθcos2θcos4θ···cos2nθ=1058124，得

cos1058176cos1058177cos1058135cos1058130= -1058151，∴cos1058176cos1058177cos1058135cos1058159=1058151。

又cos1058158cos1058140=1058280，cos1058144=1058259，

∴cos1058176cos1058177cos1058158…cos1058159=1058151×1058280×1058259=1058170。

**解法2：**cos1058176cos1058177cos1058158…cos1058159

=1058161·1058163·1058165· ··· ·1058167

=1058169=1058170。

**解法3：**利用公式cosαcos(1058279+α)cos(1058279-α)= 1058280cos3α，取α=1058176、1058177。

【例3】求cos420°+cos440°+cos480°的值。

**解：**由倍角公式得

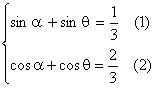
cos4θ=(1058179)2=1058280 (1+2cos2θ+cos22θ)= 1058188+1058259cos2θ+1058282cos4θ，

∴cos420°+cos440°+cos480°= 1058188×3+1058259(cos40°+ cos80°+ cos160°)

+1058282(cos80°+ cos160°+ cos320°)= 1058197+1058196(cos40°+ cos80°+ cos160°)

= 1058197+1058196(2cos60° cos20°- cos20°)= 1058197。

【例4】若sinα+cosβ=1058199，cosα+sinβ=1058201，求sinαcosβ的值。

**解：**令θ=1058222-β，则

(1)÷(2)得tg1058207=1058259， cos(α+θ)=1058210，

∴sinαcosβ=sinαsinθ= -1058259[ cos(α+θ)+ cos(α-θ)] = -1058213。

【例5】已知f(x)=1058250sin(x+θ)+cos(x-θ)是偶函数，0<θ<π，求θ。

**解法一：**由偶函数的定义，可得(1058250cosθ+sinθ)sinx=0对任意x∈R成立。

∴1058250cosθ+sinθ=0，2 sin(θ+1058279)=0，

∴θ+=kπ，而0<θ<π，∴θ=1058266。

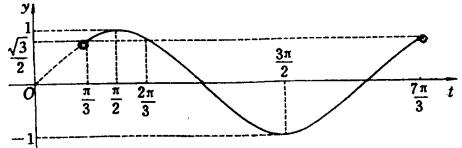
**解法二：**由f(-1058222)=f(1058222)，得θ=1058266，然后验证f(x)是偶函数。

【例7】方程sinx+1058250cosx+a=0在（0，2π）内有相异两根α、β，求实数a的取值范围，以及α+β的值。

**解：**∵sinx+1058250cosx+a=0，∴sin (x+1058279)= -1058245。

令t= x+1058279，则t∈(1058279，1058253)，sint= -1058245。

作出函数y= sint，t∈(1058279,1058253)的图象：



由图象可以看出：当-1< -1058245<1且-1058245≠1058241即-2<a<-1058250或-1058250<a<2时，sint= -1058245有相异两根t1、t2，原方程有相异两根α、β，并且

当-2<a<-1058250时，t1+t2=(α+1058279)+(β+1058279)=π，α+β=1058279；

当-1058250<a<2时，t1+t2=(α+1058279)+(β+1058279)=3π，α+β=1058253。

【例8】已知sinx+siny+sinz=cosx+cosy+cosz=0，求s=tg(x+y+z)+tgxtgytgz的值。

**解：**由已知得，1058255

(1)2+(2)2得cos(x-y)= -1058259，

同理，cos(y-z)= -1058259，cos(z-x)= -1058259。

∴x，y，z中任意两角的终边夹角为1058266，不妨设

x=y+1058266+2mπ,m∈**Z**，y=z+1058266+2nπ,n∈**Z**，

∴x= z+1058265+2(m+n)π，

x+y+z= 3z+2(m+2n+1)π，

∴s=tg(x+y+z)+tgxtgytgz

= tg3z+tg(z+1058265)tg(z+1058266)tgz

= tg3z+tg(z+1058279)tg(z-1058279)tgz

= tg3z+ tgz tg(1058279+z)tg(1058279-z)

=0。

【说明】如能熟练运用下列公式，可对解题带来很大方便：

sinαsin(1058279+α)sin(1058279-α)=1058280sin3α，

cosαcos(1058279+α)cos(1058279-α)= 1058280cos3α，

tgαtg(1058279+α)tg(1058279-α)=tg3α。

如sin10°sin50°sin70°=1058280sin(3×10°)= 1058282。