**平面向量应用举例难题-高中数学必修4第二章**

1. 如图，O，A，B三点不共线，，，设，。

（1）试用表示向量；

（2）设线段AB，OE，CD的中点分别为L，M，N，试证明L，M，N三点共线。

答案：= 

解析：(1)∵B，E，C三点共线，∴=x+(1-x)=2 x +(1-x) ，①

同理，∵A，E，D三点共线，可得，=y +3(1-y) ，②

比较①，②得，解得x=， y=,∴= 。

（2）∵，，，

，，

∴，∴L，M，N三点共线。

2．在直角坐标系中，A (1，t)，C（-2t，2），（O是坐标原点），其中t∈（0，+∞）。

⑴求四边形OABC在第一象限部分的面积S(t)；

⑵确定函数S(t)的单调区间，并求S(t)的最小值。

解析：（1）∵，∴OABC为平行四边形，

又∵，∴OA⊥OC，∴四边形OABC为矩形。

∵=(1-2t，2+t)，

当1-2t>0，即0<t<时，A在第一象限， B在第一象限，C在第二象限，（如图1）

此时BC的方程为：y-2=t(x+2t)，令x =0，得BC交y轴于K(0,2t2+2),

∴S(t)=SOABC-S△OKC=2(1-t+t2-t3).

当1-2t≤0，即t≥时，A在第一象限，B在y轴上或在第二象限，C在第二象限，（如图2）

此时AB的方程为：y-t= (x-1)，令x =0，得AB交轴于M(0,t+),

∴S(t)= S△OAM=.

∴S(t)=

（2）当0<t<时，S(t) =2(1-t+t2-t3)，S′(t) =2(-1+2t-3t2)<0，

∴S(t)在（0，）上是减函数。

当t≥时，S(t) =，S′(t) =，

∴S(t)在[，1]上是减函数，在（1，+∞）上是增函数。

∴当t=1时，S(t)有最小值为1。

3．如图，一科学考察船从港口O出发，沿北偏东α角的射线OZ方向航行，其中tanα=。在距离港口O为a（a为正常数）海里北偏东β角的A处有一个供给科学考察船物资的小岛，其中cosβ=。现指挥部紧急征调沿海岸线港口O正东方向m海里的B处的补给船，速往小岛A装运物资供给科学考察船，该船沿BA方向不变全速追赶科学考察船，并在C处相遇。经测算，当两船运行的航线OZ与海岸线OB围成的三角形OBC面积S最小时，补给最合适。

（1）求S关于m的函数关系式S(m)；

（2）当m为何值时，补给最合适？

解析：（1）以O为原点，正北方向为轴建立直角坐标系。

直线OZ的方程为y=3x，①

设A(x0，y0)，则x0=3sinβ=9a，y0=3cosβ=6a， ∴A(9a，6a)。

又B(m，0)，则直线AB的方程为y=(x-m) ②

由①、②解得，C()，

∴S(m)=S△OBC=|OB||yc|=  ，()。

（2）S(m)=3a[(m-7a)+]≥84a2。

当且仅当m-7a=，即m=14a>7a时，等号成立，

故当m=14a为海里时，补给最合适。

4.已知在直角坐标平面上，向量=（-3，2λ），=（-3λ，2），定点A（3，0），其中0<λ<1。一自点A发出的光线以为方向向量射到y轴的B点处，并被y轴反射，其反射光线与自点A以为方向向量的光线相交于点P。

（1）求点P的轨迹方程；

（2）问A、B、P、O四点能否共圆（O为坐标原点），并说明理由。

解析：（1）设P(x，y)，A关于原点的对称点为C，则C(-3，0)。

依题意，B(0，2λ)，∴，，

由反射光线的性质，C，B，P三点共线，∴3y - 2λ(x+3)=0， ①

∵，且∥，∴3λy + 2 (x-3)=0， ②

由①，②消去λ得P点轨迹方程为：，（x，y>0）。

(2) 若A、B、P、O四点共圆，则∠P=∠AOB=90°，

∴，∴x2 – 9 + y2=0，又，可得y=0，矛盾。

∴A、B、P、O四点不能共圆。

5.已知函数（为常数，且）的图象过点，且函数的最大值为2。

（1）、求函数的解析式，并写出其单调递增区间。

（2）、若函数的图象按向量=（m,0）作移动距离最小的平移后，使所的图象关于y轴对称，求出向量的坐标及平移后的图象对应的函数解析式。

解析：（1）



所以函数的解析式是

的单调递增区间是

（2）∵平移后的图象对应的函数解析式是

图象关于y轴对称，即为偶函数，



恒成立



，



故，图象对应的函数解析式为

6.已知向量，向量夹角为，且（1）求向量；（2）若向量与向量的夹角为，向量，其中A、C为的内角，且A、B、C依次成等差数列，求的取值范围

解析：（1）设=（x,y），由，有

夹角为 ，有=-1

∴，则

解得或

∴  或

（2）∵ ∴由

知

若，则

∴



∵，∴

∴ ∴