**平面向量的数量积题库及答案-高中数学必修4第二章**

**题型示例**

已知|***a***|=3,|***b***|=2,***a***与***b***的夹角为120°，问*k*为何值时，两向量*k****a***-***b***与***a***+2***b***互相垂直?

**解** 设***a***=(3,0),则***b***=(2cos120°,2sin120°)=(-1,).

于是*k****a***-***b***=(3*k*+1,-),***a***+2***b***=(1,2).

∵(*k****a***-***b***)⊥(***a***+2***b***),∴(3*k*+1)×1+(-)×2·=0.解得k=.

∴当*k*=时，向量*k****a***-***b***与***a***+2***b***互相垂直.

**点评** 向量的坐标运算并不一定非要题目事先给定坐标，只要不失一般性，完全可以像本题那样“构造”坐标.强化向量的坐标运算意识，可以帮助我们把一个抽象问题迅速具体化.其实，向量的坐标运算提供了一种把其他运算转化为纯数学运算的有力途径，尤其是碰到几何问题时.

**一、选择题** (7×3′＝21′)

1．已知***a***,***b***,***c***为非零的平面向量，甲：***a***·***b***=***a***·***c***,乙：***b***=***c***，则 ( )

A.甲是乙的充分条件但不是必要条件

B.甲是乙的必要条件但不是充分条件

C.甲是乙的充要条件

D.甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

2．已知***a***,***b***均为单位向量，它们的夹角为60°,那么|***a***+3***b***|等于 ( )

A. B. C. D.4

3．在*ABCD*中,*AC*=,*BD*=,周长为18,则这个平行四边形的面积为 ( )

A.16 B.17 C.18 D.32

4．若向量***a***与***b***的夹角为60°,|***b***|=4,(***a***+2***b***)·(***a***-3***b***)=-72.则向量***a***的模是 ( )

A.2 B.4 C.6 D.12

5．下列各向量中，与***a***＝(3,2)垂直的向量是 ( )

A.***b***=(3，－2) B.***b***=(2,3) C.***b***=(-4,6) D.***b***=(-3,2)

6．已知***a***⊥***b***,|***a***|=2,|***b***|=3,且3***a***+2***b***与λ***a***-***b***垂直，则λ等于 ( )

A. B.- C.± D.1

7．已知***m***,***n***是夹角为60°的两个单位向量，则***a***=2***m***+***n***和***b***=-3***m***+2***n***的夹角是 ( )

A.30° B.60° C.120° D.150°

**二、填空题**(5×3′＝15′)

8．已知*A*(1，3)、*B*(2，4)、*C*(5，6)，则= .

9．已知=**0，**的夹角为 .

10．已知***e***为单位向量，|***a***|=4,***a***与***e***的夹角为π，则***a***在***e***方向上的投影是 .

11．已知***a***=(4,3),***b***=(-1,2),则***a***与***b***的夹角为 .

12．平面向量***a***,***b***中，已知***a***=(4,-3),|***b***|=1,且***a***·***b***=5,则向量***b***= .

**三、解答题**(4×10′＝40′)

13．已知|***a***|=4,|***b***|=5,当

(1)***a***∥***b***;

(2)***a***⊥***b***;

(3)***a***与***b***的夹角为60°时，分别求***a***与***b***的数量积.

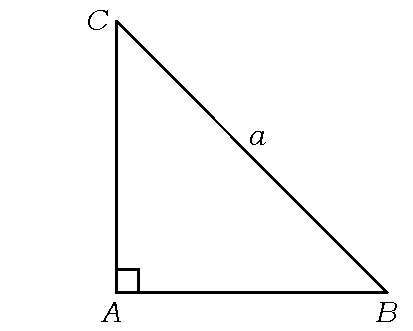
14．求证:三角形*ABC*的三条高线*AD*、*BE*、*CF*交于一点*H*.

15．已知向量***a***=(1,1),***b***=(1,0),***c***满足***a***·***c***=0且|***a***|=|***c***|,***b***·***c***>0.

(1)求向量***c***;

(2)若映射*f*:(*x*,*y*)→(*x*1,*y*1)=*x****a***+*y****c***,求映射*f*下(1,2)的原象.

16．设*O*是△*ABC*的外心，*H*是三角形内一点，且,求证：*H*是△*ABC*的垂心.

**四、思考与讨论**(2×12′＝24′)

17．已知***a***=(,-1),***b***=().

(1)若存在不同时为零的实数*k*和*t*,使***x***=4***a***+(*t*2-3)***b***,***y***=-*k****a***+*t****b***，且***x***⊥***y***，

求*k*=*f*(*t*)的解析式；

(2)确定*f*(*t*)的单调区间．

图1

18．如图1，在Rt△*ABC*中，已知*BC*=*a*,若长为2*a*的线段*PQ*以点*A*

为中点，问的夹角θ取何值时的值最大？并求出这个最大值.

**参考答案**

1．B ***a***·***b***=***a***·***ca***·(***b***-***c***)=**0*a***与(***b***-***c***)垂直，或***b***-***c***=**0**.故甲T2乙，反过来，若***b***=***ca***·***b***=***a***·***c***，即乙******甲，故甲是乙的必要非充分条件.

2．C |***a***+3***b***|2=(***a***+3***b***)2=***a***2+6***a***·***b***+9***b***2=|***a***|2+6|***a***||***b***|cos〈***a***,***b***〉+9|***b***|2,

∵|***a***|=1,|***b***|=1,〈***a***,***b***〉=60°,∴原式=1+6×1×1×cos60°+9=13,∴|***a***+3***b***|=.

3．A ∵2=9，



∴=4×5×

4．C (***a***+2***b***)·(***a***-3***b***)=|***a***|2-***a***·***b***-6|***b***|2=-72,∴|***a***|2-|***a***|·|***b***|·cos60°-6|***b***|2=-72.

∴|***b***|=4代入上式，解得:|***a***|=6(∵|***a***|>0).

5．C 验证***a***·***b***=0即可.

6．A (3***a***+2***b***)(λ***a***-***b***)=0,又***a***·***b***=0,∴3λ|***a***|2-2|***b***|2=03λ×4-2×9=0λ=.

7．C 不妨设***m***=(1,0),***n***=(,),则***a***=(,),***b***=(-2,),

|***a***|=,|***b***|=,***a***·***b***=-5+∴cosθ==-，故θ=120°．

8．25 =(1,1),=(4,3),=(3,2)，∴·+·=(1×4+1×3)+(4×3+3×2)=25.

9．120° ∵||2=|+|2=||2+||2+2||·||cosθ,∴cos=-,θ=120°.

10．-2 4×cosπ=4×(-)=-2为所求.

11．arccos cos〈***a***,***b***〉==.

12． 设***b***=(*x*,*y*),由已知

13．**解** (1)***a***∥***b***时，有两种情况.

若***a***与***b***同向，则θ=0°，***a***·***b***=|***a***|·|***b***|=20；

若***a***与***b***反向，则θ=180°，***a***·b=-|***a***|·|***b***|=-20.

(2)当***a***⊥***b***时，θ=90°，∴***a***·***b***=0.

(3)当***a***与***b***夹角为60°时，***a***·***b***=|***a***|·|***b***|cos60°=10.

14．**分析** 要证三条高线交于一点，只要证两条高线的交点在第三条高线上.

**证明** 设*BE*与*CF*交于*H*,并设=***a***,=***b***,=***h***,

则=***b***-***a***,=***h***-***a***,=***h***-***b***

∵,∴(***h***-***a***)·***b***=0 ①

∵,∴(***h***-***b***)·***a***=0 ②

∵(***h***-***a***)·***b***=(***h***-***b***)·***a***，∴***h***·***b***=***h***·***a***,即***h***·(***b***-***a***)=0.

∴,即*H*在*AD*上.故*AD*、*BE*、*CF*交于一点*H*.

**点评** 用向量作工具解几何问题总是先得一些向量为已知的，再用这些向量表示其他向量，并建立相应关系式，至于选用哪些为基本向量，则应根据实际情况而定.

15．**解** （1）设***c***=(*m*,*n*),由题意得*m*+*n*=0,且*m*2+*n*2=2且*m*·1+*n*·0>0.

解之得*m*=1,*n*=-1,∴***c***=(1,-1).

(2)由题意得*x*(1,1)+*y*(1,-1)=(1,2),∴*x*+*y*=1且*x*-*y*=2,解之得*x*=,*y*=-.

∴(1,2)的原象是(-).

16．**证明** ∵



同理得，.

所以*H*是△*ABC*的垂心.

**点评** 处理垂直、夹角和距离是两个向量数量积的强项，这也是学习向量的主要目的之一.

17．**解** (1)由已知***a***·***b***=0,又***x***⊥***y***，且***x***,***y***不同时为零．

∴***x***·***y***=［4***a***+(*t*2-3)***b***］·［-*k****a***+*t****b***］=0.∴-4*k*+(*t*3-3*t*)=0,∴*k*=(*t*3-3*t*)(*t*≠0).

(2)*f*(*t*)=(*t*3-3*t*)，∵*f*(*t*1)-*f*(*t*2)=(*t*1-*t*2)(-3)，

当*t*1<*t*2≤-1时，*f*(*t*1)-*f*(*t*2)<0．

当-1≤*t*1<*t*2≤1时，*f*(*t*1)-*f*(*t*2)>0．

当1≤*t*1<*t*2时，*f*(*t*1)-*f*(*t*2)<0.

∴*f*(*t*)在(-∞，-1)上为增函数，在［-1,1］上为减函数，在［1,+∞］上为增函数．

18．**分析** 本题主要考查向量的概念，平面向量的运算法则，考查运用向量及函数知识的能力.

**解** 方法1 如图2①.∵⊥,∴·=0.

∵=-,=-,=-,∴·=(-)·(-)

=·-·-·+·=-*a*2-·+·

=-*a*2-·(-)=-*a*2+·=-*a*2+*a*2cosθ.

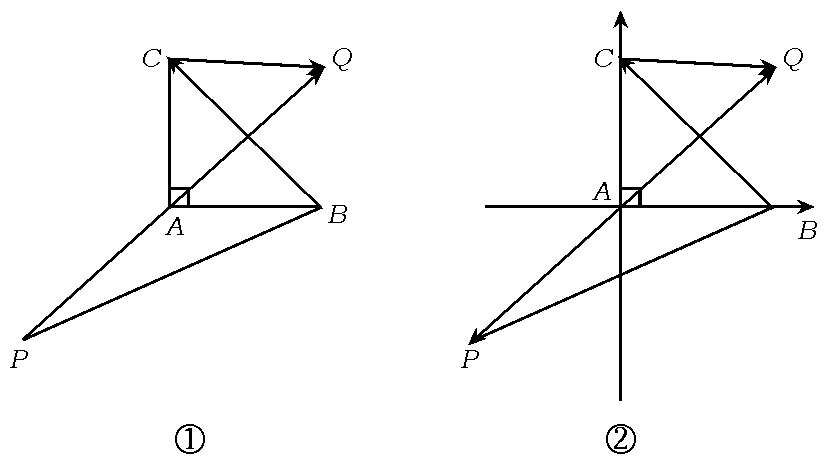
故当cosθ=1,即θ=0(与方向相同)时，·最大，其最大值为0.

图2

方法2 以直角顶点*A*为坐标原点，两直角边所在直线为坐标轴建立如图D19②所示的平面直角坐标系.

设|*AB*|=*c*.|*AC*|=*b*,则*A*(0,0),*B*(*c*,0),*C*(0,*b*),且｜*PQ*｜=2*a*,|*BC*|=*a*.

设点*P*的坐标为（*x*,*y*）,则*Q*（-*x*,-*y*），∴=(*x*-*c*,*y*),=(-*x*,-*y*-*b*),=(-*c*,*b*),=(-2*x*,-2*y*).

∴·=(*x*-*c*)(-*x*)+*y*(-*y*-*b*)=-(*x*2+*y*2)+*cx*-*by*.

∵cosθ=,∴*cx*-*by*=*a*2cosθ.∴·=-*a*2+*a*2cosθ.

故当cosθ=1,即θ=0(与方向相同)时，·最大，其最大值为0.

**点评** 题型新颖，培养了学生的知识迁移能力，及运算化简能力.