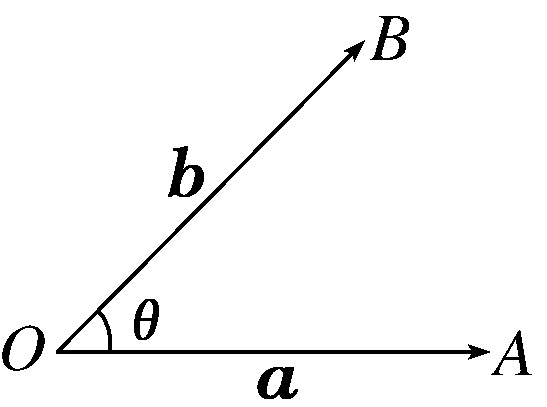
**平面向量的基本定理及坐标表示解题方法与技巧-高中数学必修4第二章**

[归纳·知识整合]

1．两个向量的夹角

(1)定义

已知两个非零向量***a***和***b***，作＝***a***，＝***b***，则∠*AOB*＝*θ*叫做向量***a***与***b***的夹角．

(2)范围

向量夹学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！角*θ*的范围是[0，π]，***a***与***b***同向时，夹角*θ*＝0；***a***与***b***反向时，夹角*θ*＝π.

(3)向量垂直

如果向量***a***与***b***的夹角是，则***a***与***b***垂直，记作***a***⊥***b***.

2．平面向量基本定理及坐标表示

(1)平面向量基本定理：

如果***e1***，***e2***是同一平面内的两个不共线向量，那么对于这一平面内的任意向量***a***，有且只有一对实数*λ*1，*λ*2，使***a***＝*λ*1***e***1＋*λ*2***e***2.

其中，不共线的向量***e***1，***e***2叫做表示这一平面内所有向量的一组基底．

(2)学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！平面向量的坐标表示：

①在平面直角坐标系中，分别取与*x*轴、*y*轴方向相同的两个单位向量***i***，***j***作为基底，对于平面内的一个向量***a***，有且只有一对实数*x*，*y*，使***a***＝*x****i***＋*y****j***，把有序数对(*x*，*y*)叫做向量***a***的坐标，记作***a***＝(*x*，*y*)，其中*x*叫做***a***在*x*轴上的坐标，*y*叫做***a***在*y*轴上的坐标．

②设＝*x****i***＋*y****j***，则向量的坐标(*x*，*y*)就是*A*点的坐标，即若＝(*x*，*y*)，则*A*点坐标为(*x*，*y*)，反之亦成立．(*O*是坐标原点)

[探究]　1.向量的坐标与点的坐标有何不同？

提示：向量的坐标与点的坐标有所不同，相等向量的坐标是相同的，但起点、终点的坐标却可以不同，以原点*O*为起点的向量的坐标与点*A*的坐标相同．

3．平面向量的坐标运算

(1)若***a***＝(*x*1，*y*1)，***b***＝(*x*2，*y*2)，则***a***±***b***＝(*x*1±*x*2，*y*1±*y*2)；

(2)若*A*(*x*1，*y*1)，*B*(*x*2，*y*2)，则＝(*x*2－*x*1，*y*2－*y*1)；

(3)若***a***＝(*x*，*y*)，则*λ****a***＝(*λx*，*λy*)；

(4)若***a***＝(*x*1，*y*1)，***b***＝(*x*2，*y*2)，则***a***∥***b***⇔*x*1*y*2＝*x*2*y*1.

[探究]　2.相等向量的坐标一定相同吗？相等向量起点和终点坐标可以不同吗？

提示：相等向量的坐标一定相同，但是起点和终点的坐标可以不同．如*A*(3,5)，*B*(6,8)，则＝(3,3)；*C*(－5,3)，*D*(－2，6)，则＝(3,3)，显然＝，但*A*，*B*，*C*，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！*D*四点坐标均不相同．

3．若***a***＝(*x*1，*y*1)，***b***＝(*x*2，*y*2)，则***a***∥***b***的充要条件能表示成＝吗？

提示：若***a***＝(*x*1，*y*1)，***b***＝(*x*2，*y*2)，则***a***∥***b***的充要条件不能表示成＝，因为*x*2，*y*2有可能等于0，所以应表示为*x*1*y*2－*x*2*y*1＝0.同时，***a***∥***b***的充要条件也不能错记为*x*1*x*2－*y*1*y*2＝0，*x*1*y*1－*x*2*y*2＝0等．

[自测·牛刀小试]

1．若向量***a***＝(1,1)，***b***＝(－1,0)，***c***＝(6,4)，则***c***＝(　　)

A．4***a***－2***b***　　　　　　　　 B．4***a***＋2***b***

C．－2***a***＋4***b*** D．2***a***＋4***b***

解析：选A　设***c***＝*λ****a***＋*μ****b***，则有(6,4)＝(*λ*，*λ*)＋(－*μ*，0)＝(*λ*－*μ*，*λ*)，即*λ*－*μ*＝6，*λ*＝4，从而*μ*＝－2，

故***c***＝4***a***－2***b***.

2．下列各组向量中，能作为基底的组数为(　　)

①***a***＝(－1,2)，***b***＝(5,7)；

②***a***＝(2，－3)，***b***＝(4，－6)；

③***a***＝(2，－3)，***b***＝(12，－34)．

A．0 B．1

C．2 D．3

解析：选C　对①，由于－1×7－2×5≠0，所以***a***与***b***不共线，故***a***，***b***可作为基底；对②，由于***b***＝2***a***，***a***与***b***共线，不能作为基底；对③，由于－34×2＋3×12≠0，所以***a***与***b***不共线，故***a***，***b***可作为基底．

3．设向量***a***＝(*m,*1)，***b***＝(1，*m学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！*)，如果***a***与***b***共线且方向相反，则*m*的值为(　　)

A．－1 B．1

C．－2 D．2

解析：选A　设***a***＝*λ****b***，则

即*λ*＝±1，又∵***a***与***b***共线且方向相反，

∴*λ*<0，即*λ*＝－1.

4．(教材习题改编)在▱*ABCD*中，*AC*为一条对角线，＝(2,4)，＝(1,3)，则向量的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析：设＝(*x*，*y*)，∵＝＋

∴(1,3)＝(2,4)＋(*x*，*y*)，

∴即

∴＝(－1，－1)．

∴＝－＝(－1，－1)－(2,4)＝(－3，－5)．

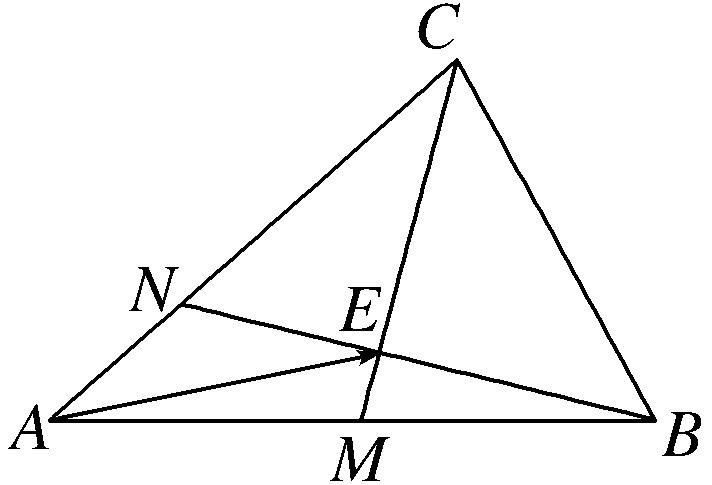
答案：(－3，－5)

5．已知向量***a***＝(2，－1)，***b***＝(－1，*m*)，***c***＝(－1,2)，若(***a***＋***b***)∥***c***，则*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析：∵***a***＋***b***＝(1，*m*－1)．∴(***a***＋***b***)∥***c***，

∴2－(－1)(*m*－1)＝0，∴*m*＝－1.

答案：－1

[例1]　如图所示，在△*ABC*中，点*M*是*AB*的中点，且＝，*BN*与*CM*相交于点*E*，设＝***a***，＝***b***，试用基底***a***，***b***表示向量.

[自主解答]　易得＝＝***b***，＝＝***a***，由*N*，*E*，*B*三点共线知，存在实数*m*，满足＝*m*＋(1－*m*) ＝*m****b***＋(1－*m*)***a***.

由*C*，*E*，*M*三点共线知存在实数*n*，满足＝*n*＋(1－*n*) ＝*n****a***＋(1－*n*)***b***.

所以*m****b***＋(1－*m*)***a***＝*n****a***＋(1－*n*)***b***.

由于***a***，***b***为基底，所以解得

所以＝***a***＋***b***.

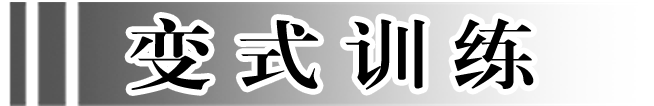
—————学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！——————————————

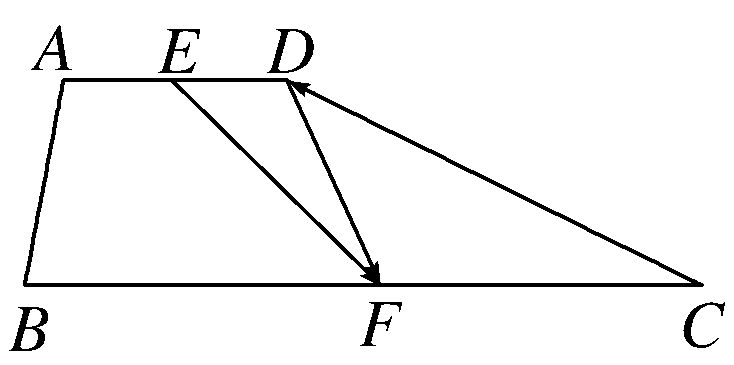
应用平面向量基本定理表示向量的方法

应用平面向量基本定理表示向量的实质是利用平行四边形法则或三角形法则进行向量的加法、减法或数乘运算，基本方法有两种：

(1)运用向量的线性运算法则对待求向量不断进行化简，直至用基底表示为止；

(2)将向量用含参数的基底表示，然后列方程或方程组，利用基底表示向量的唯一性求解．



1.如图，在梯形*ABCD*中，*AD*∥*BC*，且*AD*＝*BC*，*E*，*F*分别为线段*AD*与*BC*的中点．设＝***a***，＝***b***，试用***a***，***b***为基底表示向量，，.

解：＝＋＋＝－***b***－***a***＋***b***＝***b***－***a***，

＝＋＝－***b***＋＝***b***－***a***，

＝＋＝－***b***－＝***a***－***b***.

[例2]　已知*A*(－2,4)，*B*(3，－1)，*C*(－3，－4)．设＝***a***，＝***b***，＝***c***，且＝3***c***，＝－2***b***.求：

(1)3***a***＋***b***－3***c***；

(2)*M*、*N*的坐标及向量的坐标．

[自主解答]　由已知得***a***＝(5，－5)，***b***＝(－6，－3)，***c***＝(1,8)．

(1)3***a***＋***b***－3***c***

＝3(5，－5)＋(－6，－3)－3(1,8)

＝(15－6－3，－15－3－24)＝(6，－42)．

(2)∵＝－＝3***c***，

∴＝3***c***＋＝(3,24)＋(－3，－4)＝(0,20)．

∴*M*(0,20)．

又∵＝－＝－2***b***，

∴＝－2***b***＋＝(12,6)＋(－3，－4)＝(9,2)，

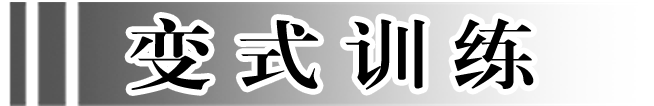
∴*N*(9,2)．∴＝(9，－18)．

—————学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！——————————————

平面向量坐标运算的技巧

(1)向量的坐标运算主要是利用向量加、减、数乘运算的法则来进行求解的，若已知有向线段两端点的坐标，则应先求向量的坐标．

(2)解题过程中，常利用向量相等则其坐标相同这一原则，通过列方程(组)来进行求解，并注意方程思想的应用．



2．已知点*A*(－1,2)，*B*(2,8)以及＝，＝－，求点*C*、*D*的坐标和的坐标．

解：设点*C*、*D*的坐标分别为(*x*1，*y*1)、(*x*2，*y*2)，

得＝(*x*1＋1，*y*1－2)，＝(3,6)，

＝(－1－*x*2,2－*y*2)，＝(－3，－6)．

因为＝，＝－，

所以有，和

解得和

所以点*C*、*D*的坐标分别是(0,4)、(－2,0)，

从而＝(－2，－4).

[例3]　平面内给定三个向量***a***＝(3,2)，***b学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！***＝(－1,2)，

***c***＝(4,1)．

(1)求满足***a***＝*m****b***＋*n****c***的实数*m*，*n*；

(2)若(***a***＋*k****c***)∥(2***b***－***a***)，求实数*k*；

(3)若***d***满足(***d***－***c***)∥(***a***＋***b***)，且|***d***－***c***|＝，求***d***.

[自主解答]　(1)由题意得(3,2)＝*m*(－1,2)＋*n*(4,1)，

所以得

(2)∵***a***＋*k****c***＝(3＋4*k,*2＋*k*)，2***b***－***a***＝(－5,2)，

∴2×(3＋4*k*)－(－5)×(2＋*k*)＝0.∴*k*＝－.

(3)设***d***＝(*x*，*y*)，***d***－***c***＝(*x*－4，*y*－1)，***a***＋***b***＝(2,4)，

由题意得

得或故***d***＝(3，－1)或(5,3)．

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

本例(2)成立的前提下，***a***＋*k****c***与2***b***－***a***是同向还是反向．

解：∵由例题知，*k*＝－.

∴***a***＋*k****c***＝(3,2)－(4学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,1)＝，

2***b***－***a***＝(－2,4)－(3,2)＝(－5,2)，

∴***a***＋*k****c***＝(2***b***－***a***)，

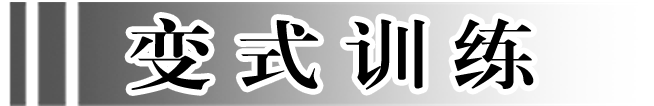
又∵＞0，∴***a***＋*k****c***与2***b***－***a***同向．

—————学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！——————————————

利用两向量共线解题的技巧

(1)一般地，在求与一个已知向量***a***共线的向量时，可设所求向量为*λ****a***(*λ*∈**R**)，然后结合其他条件列出关于*λ*的方程，求出*λ*的值后代入*λ****a***即可得到所求的向量．

(2)如果已知两向量共线，求某些参数的取值时，则利用“若***a***＝(*x*1，*y*1)，***b***＝(*x*2，*y*2)，则***a***∥***b***的充要条件是*x*1*y*2＝*x*2*y*1”解题比较方便．



3．(1)在平面直角坐标系*xOy*中，四边形*ABCD*的边*AB*∥*DC*，*AD*∥*BC*.已知点*A*(－2,0)，*B*(6,8)，*C*(8,6)，则*D*点的坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_．

(2)已知向量***a***＝(*m*，－1)，***b***＝(－1，－2)，***c***＝(－1,2)，若(***a***＋***b***)∥***c***，则*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

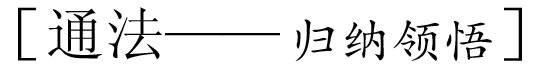
解析：(1)由条件中的四边形*ABCD*的对边分别平行，可以判断该四边形*ABCD*是平行四边形．设*D*(*x*，*y*)，则有＝，即(6,8)－(－2,0)＝(8,6)－(*x*，*y*)，解得(*x*，*y*)＝(0，－2)，即*D*点的坐标为(0，－2)．

(2)由题意知***a***＋***b***＝(*m*－1，－3)，***c***＝(－1,2)，

由(***a***＋***b***)∥***c***得(－3)×(－1)－(*m*－1)×2＝0，

即2(*m*－1)＝3，所以*m*＝.

答案：(1)(0，－2)　(2)



1个区别——向量坐标与点的坐标的区别

在平面直角坐标系中，以原点为起点的向量＝***a***，点*A*的位置被向量***a***唯一确定，此时点*A*的坐标与***a***的坐标统一为(*x*，*y*)，但应注意其表示形式的区别，如点*A*(*x*，*y*)，向量***a***＝＝(*x*，*y*)．

2种形式——向量共线的充要条件的两种形式

(1)***a***∥***b***⇔***b***＝*λ****a***(***a***≠0，*λ*∈**R**)；

(2)***a***∥***b***⇔*x*1*y*2－*x*2*y*1＝0(其中***a***＝(*x*1，*y*1)，***b***＝(*x*2，*y*2))．

3个注意点——解决平面向量共线问题应注意的问题

(1)注意0的方向是任意的；

(2)若***a***、***b***为非零向量，当***a***∥***b***时，***a***，***b***的夹角为0°或180°，求解时容易忽视其中一种情形而导致出错；

(3)若***a***＝(*x*1，*y*1)，***b***＝(*x*2，*y*2)，则***a***∥***b***的充要条件不能表示成＝，因为*x*2，*y*2有可能等于0，所以应表示为*x*1*y*2－*x*2*y学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！*1＝0.