三角函数的图象与性质公式-高中数学必修4第一章

1.三角函数的图象和性质

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 函数  性质 | *y*＝sin *x* | *y*＝cos *x* | *y*＝tan *x* |
| 定义域 | **R** | **R** | {*x*|*x*≠*k*π＋，*k*∈**Z**} |
| 图象 |  |  |  |
| 值域 | [－1,1] | [－1,1] | **R** |
| 对称性 | 对称轴： *x*＝*k*π＋(*k*∈**Z**)；  对称中心：(*k*π，0)(*k*∈**Z**) | 对称轴：  *x*＝*k*π(*k*∈**Z**)\_\_\_；  对称中心：  \_(*k*π＋，0) (*k*∈**Z**)\_\_ | 对称中心：\_ (*k*∈**Z**) |
| 周期 | 2π\_ | 2π | π |
| 单调性 | 单调增区间  [2*k*π－，2*k*π＋](*k*∈**Z**)；  单调减区间  [2*k*π＋，2*k*π＋] (*k*∈**Z**) | 单调增区间  [2*k*π－π，2*k*π] (*k*∈**Z**)；  单调减区间  [2*k*π，2*k*π＋π](*k*∈**Z**)\_ | 单调增区间\_  (*k*π－，*k*π＋)(*k*∈**Z**) |
| 奇偶性 | 奇函数 | 偶函数 | 奇函数 |

2.一般地对于函数*f*(*x*)，如果存在一个非零的常数*T*，使得当*x*取定义域内的每一个值时，都有*f*(*x*＋*T*)＝*f*(*x*)，那么函数*f*(*x*)就叫做周期函数，非零常数*T*叫做这个函数的周期，把所有周期中存在的最小正数，叫做最小正周期(函数的周期一般指最小正周期)

对函数周期性概念的理解

周期性是函数的整体性质，要求对于函数整个定义域范围的每一个*x*值都满足*f*(*x*＋*T*)＝*f*(*x*)，其中*T*是不为零的常数.如果只有个别的*x*值满足*f*(*x*＋*T*)＝*f*(*x*)，或找到哪怕只有一个*x*值不满足*f*(*x*＋*T*)＝*f*(*x*)，都不能说*T*是函数*f*(*x*)的周期.

函数*y*＝*A*sin(*ωx*＋*φ*)和*y*＝*A*cos(*ωx*＋*φ*)的最小正周期为 ，

*y*＝tan(*ωx*＋*φ*)的最小正周期为 .

3..求三角函数值域(最值)的方法：

(1)利用sin *x*、cos *x*的有界性；

关于正、余弦函数的有界性

由于正余弦函数的值域都是[－1,1]，因此对于∀*x*∈**R**，恒有－1≤sin *x*≤1，－1≤cos *x*≤1，所以1叫做*y*＝sin *x*，*y*＝cos *x*的上确界，－1叫做*y*＝sin *x*，*y*＝cos *x*的下确界.

(2)形式复杂的函数应化为*y*＝*A*sin(*ωx*＋*φ*)＋*k*的形式逐步分析*ωx*＋*φ*的范围，根据正弦函数单调性写出函数的值域；含参数的最值问题，要讨论参数对最值的影响.

(3)换元法：把sin *x*或cos *x*看作一个整体，可化为求函数在区间上的值域(最值)问题．

利用换元法求三角函数最值时注意三角函数有界性，如：*y*＝sin2*x*－4sin *x*＋5，令*t*＝sin *x*(|*t*|≤1)，则*y*＝(*t*－2)2＋1≥1，解法错误.

5.求三角函数的单调区间时，应先把函数式化成形如*y*＝*A*sin(*ωx*＋*φ*) (*ω*>0)的形式，再根据基本三角函数的单调区间，求出*x*所在的区间.应特别注意，应在函数的定义域内考虑.注意区分下列两题的单调增区间不同;利用换元法求复合函数的单调区间(要注意*x*系数的正负号) (

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **同角基本关系式** | | | | | |
| 倒数关系 | 商的关系 | | | 平方关系 | |
|  |  | | |  | |
| **同角基本关系式** | | | | | |
| 倒数关系 | | 商的关系 | | | 平方关系 |
|  | |  | | |  |
| **诱导公式；奇变偶不变，符号看象限** | | | | | |
| **两角和与差的三角函数公式** | | | **万能公式** | | |
|  | | |  | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **二倍角的正弦、余弦和正切公式** | **三倍角的正弦、余弦和正切公式** |
|  |  |
| **三角函数的和差化积公式** | **三角函数的积化和差公式** |
|  |  |
| **化asinα ±bcosα为一个角的一个三角函数的形式（辅助角的三角函数的公式）** | |
| 其中角所在的象限由、的符号确定，角的值由确定 | |

【点评】求三角函数的最值问题，主要有以下几种题型及对应解法．

(1)*y*＝*a*sin*x*＋*b*cos*x*型，可引用辅角化为*y*＝sin(*x*＋*φ*)(其中tan*φ*＝)．

(2)*y*＝*a*sin2*x*＋*b*sin*x*cos*x*＋*c*cos2*x*型，可通过降次整理化为*y*＝*A*sin2*x*＋*B*cos2*x*＋*C*.

(3)*y*＝*a*sin2*x*＋*b*cos*x*＋*c*型，可换元转化为二次函数．

(4)sin*x*cos*x*与sin*x*±cos*x*同时存在型，可换元转化．

(5)*y*＝(或*y*＝)型，可用分离常数法或由|sin*x*|≤1(或|cos*x*|≤1)来解决，也可化为真分式去求解．

(6)*y*＝型，可用斜率公式来解决