任意角和弧度制易错点-高中数学必修4第一章

**类型一：角的概念的理解**

例1．下列结论：

①第一象限角都是锐角；②锐角都是第一象限角；③第一象限角一定不是负角；④第二象限角是钝角；⑤小于180°的角是钝角、直角或锐角。

其中正确的结论为\_\_\_\_\_\_\_\_。

【思路点拨】比较锐角和第一象限角的关系，比较负角和第一象限角的关系，这种问题可以通过列举出特殊角来得到结论．

【答案】②

【解析】 ①390°角是第一象限角，可它不是锐角，所以①不正确。

②锐角是大于0°且小于90°的角，终边落在第一象限，故是第一象限角，所以②正确。

③－330°角是第一象限角，但它是负角，所以③不正确。

④480°角是第二象限角，但它不是钝角，所以④不正确。

⑤0°角小于180°，但它既不是钝角，也不是直角或锐角，故⑤不正确。

【总结升华】正确解答角的概念问题，关键在于正确理解象限角与锐角、直角、钝角、平角、周角等概念，另外需要掌握判断结论正确与否的技巧，判断结论正确需要证明，而判断结论不正确只需举一个反例即可。

**举一反三：**

【变式1】（1）一个角为30°，其终边按逆时针方向旋转三周后的角度是多少？

（2）时钟走了3小时20分，则分针所经过的角的度数为多少？时针所转过的角的度数是多少？

【答案】（1）1110°（2）－1200° －100°

【解析】（1）终边按逆时针方向旋转三周，转过的角为360°×3=1080°，再加上原来的角度30°，所以旋转后的角是1110°。

（2）时针、分针都是顺时针方向旋转，故所转过的角度数为负值。3小时20分，分针转了周，故转过的角度数为－360°×=－1200°，时针转了周，故转过的角度数为－360°×=－100°。

**类型二：终边相同的角的集合**

例2．在与10030°角终边相同的角中，求满足下列条件的角。

（1）最大的负角；（2）360°～720°内的角。

【思路点拨】根据终边相同的角之间相差周角的整数倍，我们可以表示出与10030°的角终边相同的角的集合，找出满足条件的k值，即可得到答案．

【答案】（1）―50°（2）670°

【解析】 （1）与10030°角终边相同的角的一般形式为=k·360°+10030°（k∈Z），由－360°＜k·360°+10030°≤0°，得－10390°＜k·360°≤－10030°，解得k=―28，故所求的最大负角为=―50°。

（2）由360°≤k·360°+10030°＜720°，得－9670°≤k·360°＜―9310°，解得k=―26。故所求的角为=670°。

【总结升华】把任意角化为+k·360°（k∈Z且0°≤＜360°）的形式，关键是确定k。可以用观察法（的绝对值较小），也可用竖式除法。

**举一反三：**

【变式1】已知=－1910°。

（1）把写成（k∈Z，0°≤＜360°）的形式，指出它是第几象限的角。

（2）求，使与的终边相同，且－720°≤≤0°。

【答案】（1）－6×360°+250° 第三象限的角（2）－470°

【解析】（1）∵－1910°÷360°=－6余250°，

∴－1910°=－6×360°+250°，

相应的=250°，从而=－6×360°+250°是第三象限的角。

（2）令=250°+k·360°（k∈Z），

取k=―1，―2就得到满足―720°≤≤0°的角；

250°－360°=－110°，250°－720°=－470°。

**类型三：角所在象限的研究**

例3．若是第二象限角，试分别确定，，的终边所在的位置。

【思路点拨】因为是第二象限的角，所以k·360°+90°＜＜k·360°+180°，把上式两边都乘以2、、，然后对进行讨论，就可得 ，，的终边所在的位置。

【答案】第三、第四象限的角或角的终边在y轴的负半轴上；第一或第三象限的角；第一或第二象限或第四象限的角

【解析】

因为是第二象限的角，所以k·360°+90°＜＜k·360°+180°（k∈Z）。

（1）因为2k·360°+180°＜＜2k·360°+360°（k∈Z），故是第三、第四象限的角或角的终边在y轴的负半轴上。

（2）因为k·180°+45°＜＜k·180°+90°（k∈Z），当k=2n（n∈Z）时，n·360°+45°＜＜n·360°+90°；当k=2n+1（n∈Z）时，n·360°+225°＜＜n·360°+270°（k∈Z），所以是第一或第三象限的角。

（3）因为k·120°+30°＜＜k·120°+60°（k∈Z）。当k=3n（n∈Z）时，n·360°+30°＜＜n·360°+60°；当k=3n+1（n∈Z）时，n·360°+150°＜＜n·360°+180°；当k=3n+2（n∈Z）时，n·360°+270°＜＜n·360°+300°，所以是第一或第二象限或第四象限的角。

【总结升华】已知的范围，确定的范围，一般应先将的范围用不等式表示，然后再两边同除以n，根据k的取值进行分类讨论，以确定的范围，讨论角的范围时要做到不重不漏，尤其对象限界角应引起注意。

**举一反三：**

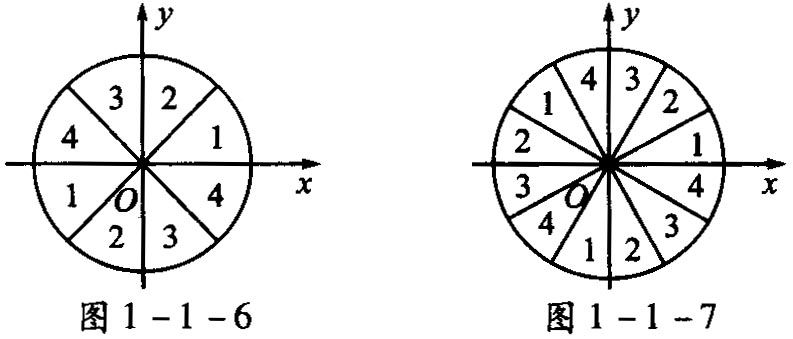
【变式1】（1）已知是第三象限角，求是第几象限角；

（2）已知是第二象限角，求是第几象限角。

【答案】（1）第二或第四象限角（2）第一、第三或第四象限角

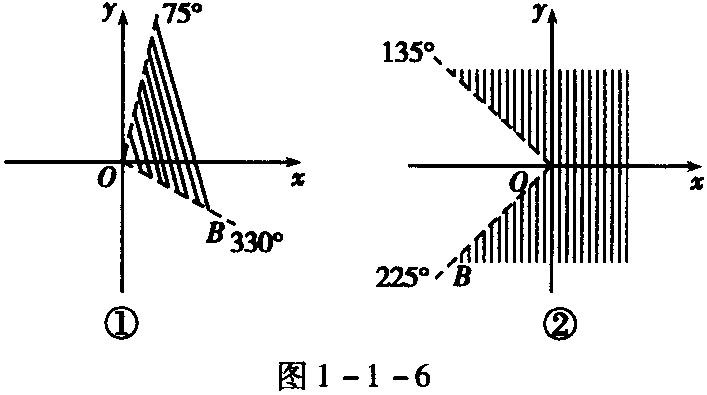
【解析】（1）由下图（左）可知是第二或第四象限角。

（2）由下图（右）可知是第一、第二或第四象限角。



**类型四：弧度制与角度制的互化**

例4．用弧度表示顶点在原点，始边重合于x轴的非负半轴，终边落在阴影部分内的角的集合，如图所示（不包括边界）。



【思路点拨】这类题只要找到两射线对应的角，然后写成即可，注意。

【答案】（1）（2）

【解析】（1）如下图①，以OB为终边的角为330°，可看成是－30°，化为弧度，即，

而rad，∴所求集合为。

（2）如上图②，以OB为终边的角225°，可看成是－135°，化成弧度，即，

而rad，∴所求集合为。

【总结升华】在表示角的集合时，一定要使用统一的单位，只能用角度制或弧度制中的一种，不能混用。

例5．（1）填空：①18°=\_\_\_\_\_\_rad；②67°30′=\_\_\_\_\_\_rad；③=\_\_\_\_\_\_°；④2 rad=\_\_\_\_\_\_°。

（2）已知两角和为1弧度，且两角差为1°，则这两个角的弧度数分别是\_\_\_\_\_\_\_\_。

【答案】 （1）；；－405；114.6

（2），

【解析】（1）①18°=rad×18=rad；

②67°30′=67.5°=rad×67.5=rad；

③；

④。

（2）设两个角的弧度数分别为x，y，因为，

所以有，解得。

即所求两角的弧度数分别为，。

【总结升华 】 （1）进行角度与弧度换算时，要抓住关系：πrad=180°；

（2）度数×=弧度数，弧度数×=度数。

**举一反三：**

【变式1】下列转化结果错误的是（ ）

A．67°30′化成弧度是 B．化成度是―600°

C．―150°化成弧度是 D．化成度是15°

【答案】C

【变式2】分别使用角度制与弧度制表示下列角的集合：

(1) 与终边相同的角

(2) 终边在y轴正半轴上的角的集合

(3) 终边在y轴负半轴上的角的集合

(4) 终边在y轴上的角的集合

【答案】

（1），

（2），

（3），

（4），

**类型五：扇形的弧长、面积与圆心角问题**

**【高清：任意角和弧度制 385946例6】**

例6．已知弧长50cm的弧所对圆心角为200度，求这条弧所在的圆的半径（精确到1cm）。

【思路点拨】用弧长公式(是圆心角的弧度数)去求解。

【答案】15

【解析】

，

（cm）

【总结升华】弧度制下扇形的弧长公式、面积公式均得到简化，解决这类问题通常采用弧度制。

**举一反三：**

【变式1】一个扇形的面积是1 cm2，它的周长是4 cm，求圆心角的弧度数。

【答案】2 rad。

【解析】 由已知得。

所以（rad）。