几何概型解题方法与技巧-高中数学必修3第三章

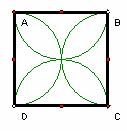
如果每个事件发生的概率只与构成该事件区域的长（面积或体积）成比例，则称这样的概率模型为几何概率模型（geometric models of probability），简称为几何概型.

在几何概型中，事件A的概率计算公式为：

http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154057695.gif.

用几何概率公式计算概率时，关键是构造出随机事件所对应的几何图形，并对几何图形进行相应的几何度量. 对于一些简单的几何概型问题，可以快捷的找到解决办法.

例1 如图，以正方形ABCD的边长为直径作半圆，重叠部分为花瓣. 现在向该矩形区域内随机地投掷一飞镖，求飞镖落在花瓣内的概率.



解：飞镖落在正方形区域内的机会是均等的，符合几何概型条件. 记飞镖落在花瓣内为事件A，设正方形边长为2r，则

http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154057695.gif.

所以，飞镖落在花瓣内的概率为http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154057773.gif.

点评：此题的关键是正确计算花瓣的面积. 这类题型中，试验全部结果的区域与构成事件A的区域，都直接由题中条件给出，从而易解.

然而，有些几何概型的问题，既不容易分辩出属于几何概率模型，也难发现随机事件的构成区域，但仔细研究此类问题后，我们可以发现一些解题的规律.

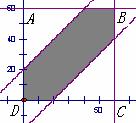
例2 两人相约7点到8点在某地会面，先到者等候另一人20分钟，过时离去. 求两人能够会面的概率.

解：设两人到达的时间分别为7点到8点之间的x分钟、y分钟.用http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154057266.gif表示每次试验的结果，则所有可能结果为：

http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154057726.gif；

记两人能够会面为事件A，则事件A的可能结果为：

http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154058699.gif.



如图所示，试验全部结果构成区域Ω为正方形ABCD. 而事件A所构成区域是正方形内两条直线http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154058577.gif，http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154058577.gif所夹中间的阴影部分. 根据几何概型公式，得到：

http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154058975.gif.

所以，两人能够会面的概率为http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154058456.gif.

点评：题目的意思简单明了，但如何转化为数学模型来求解却比较困难. 需要我们先从实际问题中分析得到存在的两个变量，如此题中两人到达的时间都是随机的，设为两个变量. 然后把这两个变量所满足的条件写成集合形式，并把所研究事件A的集合也分析得出. 把两个集合用平面区域表示，特别注意不等式所表示区域. 我们可以发现，要表示二元一次不等式http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154058638.gif的平面区域，按两步解决：（1）作出直线http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154058638.gif；（2）取一特殊点验证，直线的哪侧符合不等式，则哪侧就是所表示区域. 准确得到随机事件的构成区域后，根据几何概型的概率公式，易求得概率.

根据以上的解法和分析，我们把此类疑难问题的解决总结为以下四步：

（1）构设变量. 从问题情景中，发现哪两个量是随机的，从而构设为变量x、y.

（2）集合表示. 用http://www.gzmath.com/eWebEditor/200511/200743154057266.gif表示每次试验结果，则可用相应的集合分别表示出试验全部结果Ω和事件A所包含试验结果. 一般来说，两个集合都是几个二元一次不等式的交集.

（3）作出区域. 把以上集合所表示的平面区域作出，先作不等式对应的直线，然后取一特殊点验证哪侧是符合条件的区域.

（4）计算求解. 根据几何概型的公式，易从平面图形中两个面积的比求得.

在以上四步曲中，第二步和第三步是解答的关键，通过这两步，可以发现随机事件所对应的几何图形. 第三步的作图需理解其原理. 下面依据这四步曲再解一题.