古典概型解题方法与技巧-高中数学必修3第三章

学习古典概率，离不开解题，做一定数量的习题可以帮助我们正确理解概率论的基本概念，熟练掌握概率论的重要规律，发展思维的灵活性和创造性，提高分析问题和解决问题的能力。然而对于初学者来说，解答概率题往往是学习中的难点，不少同学对比较简单的问题尚能依样画瓢，但稍加变化，遇到难度较大问题，就束手无策，无从下手，出现上述原因是多方面的，从概率论的学科特点来说，它所研究的对象主要是随机现象，它的基础理论涉及面广，对古典概率部分要从排列、组合、集合论等知识做出发点，而这些知识内容抽象，富于技巧;它的思想方法别具一格，主要靠抽象思维来把握，这些从根本上决定了解答概率题没有一个固定的模式，唯物辩证法告诉我们，一切客观事物都是相互联系的和具有内部规律的，解答古典概率题也有规律可寻，只要我们能够熟练掌握概率论的基础知识，细心观察，采用联想的方法就能找出其中的具体规律。

求解古典概率问题的计算方法

常用的方法主要有两种:

(1) 直接计算法：直接确定m与n，利用古典概率公式直接求出P(A)；

(2) 间接计算法：先斟酌题设情形，先按(1)求出有关事件的概率，然后利用概率的基本性质，间接推求P(A)。

不论直接计算法，还是间接计算法，解题的关键在于确定m与n的数值。一般说，当样本点总数较少时，可以直接把样本空间和事件A所包含的样本点一一列举出来，以确定m与n的值；当样本点总数较多时，或难于直接列举时，可以利用排列、组合等数学知识，通过相应的计算来确定m与n。

例1、 将一枚硬币连抛3次，观察正反面出现的情况。求至少一次出现正面的概率。

分析 审题时先要明确随机试验及其样本空间。这里的随即试验是“将一枚硬币连抛3次”，它的样本空间所含的样本点并不多。因此，可将样本空间和事件“至少一次出现正面”（设为A）包含的样本点一一列举出来，按古典概率公式推求P(A)，如解法一。如果注意到事件A就是“恰有一次出现正面”、“恰有两次出现正面”、“恰有三次出现正面”之和，则可先求出，然后按加法公式推求P(A),如解法二。由于事件A的逆事件就是“三次全出现反面”，所以也可先求出即，再依互逆事件性质推求P(A),如解法三。

解法一 设事件A={至少一次出现正面}，并用“H”、“T”分别表示“正面”和“反面”，则有

={（H,H,H）,（H,H,T）, (H,T,H) , (T,H,H) , (H,T,T) , (T,H,T) , (T,T,H) , (T,T,T) };

A={（H,H,H）,（H,H,T）, (H,T,H) , (T,H,H) , (H,T,T) , (T,H,T) , (T,T,H) };

注意到样本空间n和事件A所包含的样本点数分别为8和7，依古典概率公式，有



解法二 设事件={恰有一次出现正面}，={恰有两次出现正面}， ={恰有三次出现正面}，依解法一的思想，易知

， ， 

又设事件A={至少一次出现正面}，依有限可加性，有



解法三 设事件A={至少一次出现正面}，则事件，

有，则



解法一用的是直接计算法，解法二、三用的用的是间接计算法。容易看出，各种解法是互相联系的，以解法三最为简便。

例2、 从5双不同尺码的鞋子中抽取4只，4只鞋子中至少有2只配成一双的概率是多少?

解法一 设事件A={4只鞋子中至少有2只配成一双}，则样本点总数为10只鞋子从中任抽取4只的组合数为。

事件A所包含的样本点数为。

故。

解法二 样本点总数为。

事件A所包含的样本点数。

故。

解法三 先从五双中任取一双，再从剩下8只中任取2只，在减去重复的，得到的基本事件总数为，有利于A的基本事件数为。

故。

解法四 设事件A={4只鞋子中至少有2只配成一双}，则其对立事件={4只鞋子中没有2只配成一双}。则事件所包含的样本点数 



故。

解法五 样本点总数。事件所包含的样本点数



故。

解法六 如果设想鞋子是一只一只取出，即注意到鞋子被取出时的先后顺序，那么样本点总数是从5双鞋子中任取4只的排列数，事件A中的样本点数为m=l0×8×6×4=1920。



故。

本例再次表明，古典概率题一般都存在多种解题途径。细酌例2的各种解法，我们不难看到，同一随机试验，可用不同的样本空间描述，引导出不同的解法(如解法一与解法六)，对于相同的样本空间，可以用直接计算法，也可用间接计算法(如解法一与解法四)，即使同是直接计算法或间接算法，也可采用不同的求解法(如解法一与解法二，解法四与解法五)。这就告诉我们，如果在平时的解题练习中，能够有选择地进行一题多解，通过分析比较，谋取最优的解题方法，那么对于把握问题的数量关系，熟悉解题思路，提高解题能力，都是很有帮助的。就本题而论，显然以解法五和解法六较为简便。

如果对例2作深入的考察，还可以把它推广到一般的情形:

1o从n双不同尺码的鞋子中任取2r(2r<n)只，2r只鞋子中至少有2只配成一双的概率是多少？ 

2o从n双不同尺码的鞋子中任取2r(2r<n)只，2r只鞋子中至少有2k只配成k双的概率是多少？ 

当我们解完一道题后，不要随便告以结束，而应探索还有更好的方法。正如数学王子——高斯所说：“有时候一开始你没有得到最简和最美妙的证明，但又恰恰是在寻求这样的证明中才能深入到高级的算术的真理的奇妙的联想中去，这正是吸引我去继续研究的主动力，并且最能使我们有所发现。”