直线、圆的位置关系考点-高中数学必修2第四章

【考点导读】

能利用代数方法和几何方法判定直线与圆的位置关系；熟练运用圆的有关性质解决直线与圆、圆与圆的综合问题，运用空间直角坐标系刻画点的位置，了解空间中两点间的距离公式及其简单应用.

【基础练习】

1.若直线4*x*-3*y*-2=0与圆*x*2+*y*2-2*ax*+4*y*+*a*2-12=0总有两个不同交点，则*a*的取值范围是-6＜*a*＜4

2.直线*x*-*y*+4=0被圆*x*2+*y*2+4*x*-4*y*+6=0截得的弦长等于

3.过点P(2，1)且与圆*x*2+*y*2-2*x*+2*y*+1=0相切的直线的方程为 *x*=2或3*x*-4*y*-2=0 .

4..设集合,,若M∪N=M，则实数*a*的取值范围是-2≤*a*≤2

5.M（2,-3,8）关于坐标平面*x*O*y*对称点的坐标为（2，-3，-8）

【范例导析】

例1.已知圆*C*：（*x*－1）2＋（*y*－2）2＝25，直线*l*：（2*m*+1）*x*+（*m*+1）*y*－7*m*－4=0（*m*∈**R**）.

（1）证明：不论*m*取什么实数，直线*l*与圆恒交于两点；

（2）求直线被圆*C*截得的弦长最小时*l*的方程.

分析：直线过定点，而该定点在圆内，此题便可解得.

（1）证明：*l*的方程（*x*+*y*－4）+*m*（2*x*+*y*－7）=0.

由得

即*l*恒过定点*A*（3，1）.

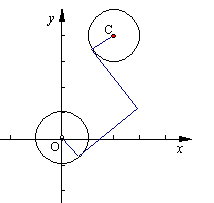
∵圆心*C*（1，2），｜*AC*｜＝＜5（半径），

∴点*A*在圆*C*内，从而直线*l*恒与圆*C*相交于两点.

（2）解：弦长最小时，*l*⊥*AC*，由*kAC*＝－，

∴*l*的方程为2*x*－*y*－5=0.

点拨:直线与圆相交截得弦长的最小值时,可以从垂径定理角度考虑,充分利用圆的几何性质.

例2.已知圆O: ，圆C: ，由两圆外一点引两圆切线PA、PB，切点分别为A、B，满足|PA|=|PB|.

(1)求实数a、b间满足的等量关系；

(2)是否存在以P为圆心的圆，使它与圆O相内切并且与圆C相外切？若存在，求出圆P的方程；若不存在，说明理由.

分析: 问题（1）可直接根据题目条件求得,在解决问题（2）时,要注意问题（1）结论的运用.

(1)连结PO、PC，∵|PA|=|PB|，|OA|=|CB|=1

例2

∴|PO|2=|PC|2，从而

化简得实数*a*、*b*间满足的等量关系为: .

(2)∵圆O和圆C的半径均为1，若存在半径为R圆P，与圆O相内切并且与圆C相外切，则有 且 于是有:  即

从而得  两边平方，整理得

将代入上式得：

故满足条件的实数*a*、*b*不存在，∴不存在符合题设条件的圆P.

点拨: 注意圆与圆的位置关系的判断.

例3.已知圆C与两坐标轴都相切，圆心C到直线的距离等于.

（1）求圆C的方程.（2）若直线与圆C相切，求证：

分析:本题要充分利用圆的几何性质以得到简单的解法.

解：（1）设圆C半径为，由已知得：

 ∴，或

∴圆C方程为.

（2）直线，

∵

∴ ∴

左边展开，整理得，∴

∵，

∴，

∴

∴

∵

∴，

∴

点拨:有关直线和圆的位置关系,一般可以考虑圆心到直线的距离,当然也以联立方程组用代数手段解决.

**例4.**如图，在平面直角坐标系*x*O*y*中，平行于*x*轴且过点A(3，2)的入射光线*l*1被直线*l*：*y*=*x*反射．反射光线*l*2交*y*轴于B点，圆C过点A且与*l*1, *l*2都相切.

(1)求*l*2所在直线的方程和圆C的方程；

(2)设P，Q分别是直线*l*和圆C上的动点，求PB+PQ的最小值及此时点P的坐标．

x

y

O

A

B

*l*2

*l*1

*l*

例4

**解：**（1）直线设.

的倾斜角为，反射光线所在的直线方程为

. 即.

已知圆C与,

圆心C在过点D且与垂直的直线上， ,又圆心C在过点A且与垂直的直线上，,，圆C的半径r=3，

故所求圆C的方程为.

（2）设点关于的对称点，则，得,固定点Q可发现，当共线时，最小，

故的最小值为.此时由,得.