直线、圆的位置关系难题-高中数学必修2第四章

一、选择题

1．直线*x*－*y*－4＝0与圆*x*2＋*y*2－2*x*－2*y*－2＝0的位置关系是(　　)

A．相交 B．相切

C．相交且过圆心 D．相离

[答案]　D

[解析]　圆的方程为(*x*－1)2＋(*y*－1)2＝4，

则圆心到直线的距离*d*＝＝2>2，

∴直线与圆相离．

2．(2012·安徽卷)若直线*x*－*y*＋1＝0与圆(*x*－*a*)2＋*y*2＝2有公共点，则实数*a*取值范围是(　　)

A．[－3，－1] B．[－1,3]

C．[－3,1] D．(－∞，－3]∪[1，＋∞)

[答案]　C

[解析]　圆(*x*－*a*)2＋*y*2＝2的圆心*C*(*a,*0)到直线*x*－*y*＋1＝0的距离为*d*

则*d*≤*r*＝⇔≤⇔|*a*＋1|≤2⇔－3≤*a*≤1.

3．圆*x*2＋*y*2－2*x*＋4*y*－20＝0截直线5*x*－12*y*＋*c*＝0所得的弦长为8，则*c*的值是(　　)

A．10 B．10或－68

C．5或－34 D．－68

[答案]　B

[解析]　由题意得圆心*C*(1，－2)，半径*r*＝5，圆心*C*到直线5*x*－12*y*＋*c*＝0的距离*d*＝，又*r*2＝*d*2＋42，

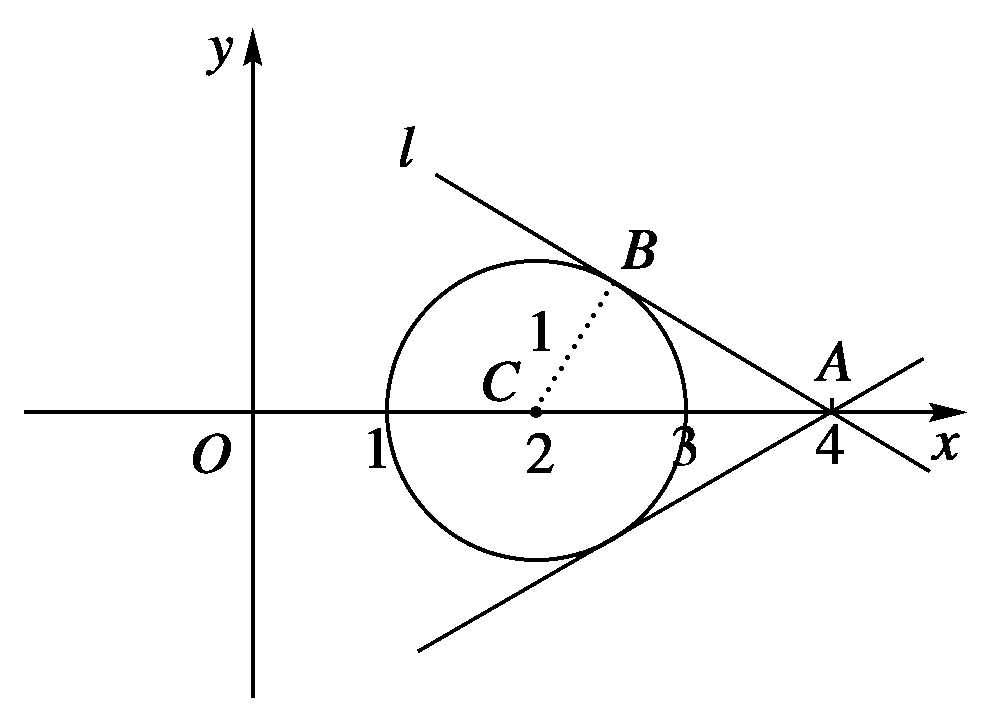
所以25＝＋16，解得*c*＝10或－68.

4．若过点*A*(4,0)的直线*l*与曲线(*x*－2)2＋*y*2＝1有公共点，则直线*l*的斜率的取值范围为(　　)

A．(－，) B．[－，]

C. D.

[答案]　D



[解析]　解法1：如图，*BC*＝1，*AC*＝2，

∴∠*BAC*＝30°，

∴－≤*k*≤.

解法2：设直线*l*方程为*y*＝*k*(*x*－4)，则由题意知，

≤1，∴－≤*k*≤.

解法3：过*A*(4,0)的直线*l*可设为*x*＝*my*＋4，代入(*x*－2)2＋*y*2＝1中得：

(*m*2＋1)*y*2＋4*my*＋3＝0，

由Δ＝16*m*2－12(*m*2＋1)＝4*m*2－12≥0得

*m*≤－或*m*≥.

∴*l*的斜率*k*＝∈∪，特别地，当*k*＝0时，显然有公共点，

∴*k*∈.

5．已知直线*ax*－*by*＋*c*＝0(*ax*≠0)与圆*x*2＋*y*2＝1相切，则三条边长分别为|*a*|，|*b*|，|*c*|的三角形(　　)

A．是锐角三角形 B．是直角三角形

C．是钝角三角形 D．不存在

[答案]　B

[解析]　圆心*O*(0,0)到直线的距离*d*＝＝1，

则*a*2＋*b*2＝*c*2，即该三角形是直角三角形．

6．过点*P*(2,3)引圆*x*2＋*y*2－2*x*＋4*y*＋4＝0的切线，其方程是(　　)

A．*x*＝2

B．12*x*－5*y*＋9＝0

C．5*x*－12*y*＋26＝0

D．*x*＝2和12*x*－5*y*－9＝0

[答案]　D

[解析]　点*P*在圆外，故过*P*必有两条切线，

∴选D.

7．点*M*在圆(*x*－5)2＋(*y*－3)2＝9上，点*M*到直线3*x*＋4*y*－2＝0的最短距离为(　　)

A．9 B．8

C．5 D．2

[答案]　D

[解析]　由圆心到直线的距离*d*＝＝5>3知直线与圆相离，故最短距离为*d*－*r*＝5－3＝2，故选D.

8．过点(2,1)的直线中，被圆*x*2＋*y*2－2*x*＋4*y*＝0截得的弦最长的直线的方程是(　　)

A．3*x*－*y*－5＝0　　　　 B．3*x*＋*y*－7＝0

C．3*x*－*y*－1＝0 D．3*x*＋*y*－5＝0

[答案]　A

[解析]　*x*2＋*y*2－2*x*＋4*y*＝0的圆心为(1，－2)，截得弦最长的直线必过点(2,1)和圆心(1，－2)

∴直线方程为3*x*－*y*－5＝0，故选A.

9．已知直线*x*＋7*y*＝10把圆*x*2＋*y*2＝4分成两段弧，这两段弧长之差的绝对值等于(　　)

A. B.

C．π D．2π

[答案]　D

[解析]　圆*x*2＋*y*2＝4的圆心为*O*(0,0)，半径*r*＝2，设直线*x*＋7*y*＝10与圆*x*2＋*y*2＝4交于*M*，*N*两点，则圆心*O*到直线*x*＋7*y*＝10的距离*d*＝＝，过点*O*作*OP*⊥*MN*于*P*，则|*MN*|＝2＝2.在△*MNO*中，|*MN*|2＋|*ON*|2＝2*r*2＝8＝|*MN*|2，则∠*MON*＝90°，这两段弧长之差的绝对值等于

＝2π.

10．设圆(*x*－3)2＋(*y*＋5)2＝*r*2(*r*>0)上有且仅有两个点到直线4*x*－3*y*－2＝0的距离等于1，则圆半径*r*的取值范围是(　　)

A．3<*r*<5 B．4<*r*<6

C．*r*>4 D．*r*>5

[答案]　B

[解析]　圆心*C*(3，－5)，半径为*r*，圆心*C*到直线4*x*－3*y*－2＝0的距离*d*＝＝5，由于圆*C*上有且仅有两个点到直线4*x*－3*y*－2＝0的距离等于1，则*d*－1<*r*<*d*＋1，所以4<*r*<6.

二、填空题

11．已知直线5*x*＋12*y*＋*m*＝0与圆*x*2－2*x*＋*y*2＝0相切，则*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

[答案]　8或－18

[解析]　由题意，得圆心*C*(1,0)，半径*r*＝1，则＝1，解得*m*＝8或－18.

12．(2011～2012·北京朝阳一模)过原点且倾斜角为60°的直线被圆*x*2＋*y*2－4*x*＝0所截得的弦长为\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　2

[解析]　直线方程是*y*＝*x*，即*x*－*y*＝0，圆心*C*(2,0)，半径*r*＝2，则圆心到直线*x*－*y*＝0的距离*d*＝＝，所以所截得的弦长为2＝2＝2.

13．若*P*(2，－1)为圆(*x*－1)2＋*y*2＝25的弦*AB*的中点，则直线*AB*的方程是\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　*x*－*y*－3＝0

[解析]　圆心*C*(1,0)，半径*r*＝5，由于*PC*⊥*AB*，

又*kPC*＝＝－1，所以直线*AB*的斜率*k*＝1，

所以直线*AB*的方程是*y*＋1＝*x*－2，即*x*－*y*－3＝0.

14．(2012·江西卷)过直线*x*＋*y*－2＝0上点*P*作圆*x*2＋*y*2＝1的两条切线，若两条切线的夹角是60°，则点*P*的坐标是\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　(，)

[解析]　本题主要考查数形结合的思想，设*P*(*x*，*y*)，则由已知可得*PO*(*O*为原点)与切线的夹角为30°，由|*PO*|＝2，由可得

三、解答题

15．已知直线*l*：*y*＝2*x*－2，圆*C*：*x*2＋*y*2＋2*x*＋4*y*＋1＝0，请判断直线*l*与圆*C*的位置关系，若相交，则求直线*l*被圆*C*所截的线段长．

[解析]　圆心*C*为(－1，－2)，半径*r*＝2.

圆心*C*到直线*l*的距离*d*＝<2，

所以直线*l*与圆*C*相交．

设交点为*A*，*B*，所以＝＝.

所以|*AB*|＝.

所以直线*l*被圆*C*所截的线段长为.

16．已知圆经过点*A*(2，－1)，圆心在直线2*x*＋*y*＝0上且与直线*x*－*y*－1＝0相切，求圆的方程．

[解析]　设圆的方程为(*x*－*a*)2＋(*y*－*b*)2＝*r*2(*r*>0)．

∵圆心在直线2*x*＋*y*＝0上，

∴*b*＝－2*a*，即圆心为*C*(*a*，－2*a*)．

又∵圆与直线*x*－*y*－1＝0相切，且过点(2，－1)，

∴＝*r*，(2－*a*)2＋(－1＋2*a*)2＝*r*2，

即(3*a*－1)2＝2[(2－*a*)2＋(－1＋2*a*)2]，解得*a*＝1或

*a*＝9，∴*a*＝1，*b*＝－2，*r*＝或*a*＝9，*b*＝－18，*r*＝13.

故所求圆的方程为(*x*－1)2＋(*y*＋2)2＝2或(*x*－9)2＋(*y*＋18)2＝338.

17．在直线*x*－*y*＋2＝0上求一点*P*，使*P*到圆*x*2＋*y*2＝1的切线长最短，并求出此时切线的长．

[解析]　设*P*(*x*0，*y*0)，则切线长

*S*＝＝

＝，当*x*0＝－时，*S*min＝

此时*P*(－，)．切线长最短为.

18．已知圆*x*2＋*y*2＋*x*－6*y*＋*m*＝0与直线*x*＋2*y*－3＝0相交于*P*、*Q*两点，*O*为原点，且*OP*⊥*OQ*，求实数*m*的值．

[解析]　设点*P*、*Q*的坐标分别为(*x*1，*y*1)、(*x*2，*y*2)．

由*OP*⊥*OQ*，得*kOPkOQ*＝－1，即·＝－1，*x*1*x*2＋*y*1*y*2＝0.①

又(*x*1，*y*1)、(*x*2，*y*2)是方程组

的实数解，即*x*1，*x*2是方程5*x*2＋10*x*＋4*m*－27＝0②的两个根，

∴*x*1＋*x*2＝－2，*x*1*x*2＝.③

∵*P*、*Q*是在直线*x*＋2*y*－3＝0上，

∴*y*1*y*2＝(3－*x*1)·(3－*x*2)

＝[9－3(*x*1＋*x*2)＋*x*1*x*2]．

将③代入，得*y*1*y*2＝.④

将③④代入①，解得*m*＝3.代入方程②，检验Δ>0成立，

∴*m*＝3.