直线、圆的位置关系题库及答案-高中数学必修2第四章

1．（2001全国高考）过点A（1，－1）、B（－1，1）且圆心在直线x＋y－2＝0上的圆的方程是（ ）

A．（x－3）2＋（y＋1）2＝4　　　 B．（x＋3）2＋（y－1）2＝4

C．（x－1）2＋（y－1）2＝4　　　 D．（x＋1）2＋（y＋1）2＝4

2．（2002全国春季高考）圆2x2＋2y2＝1与直线xsinθ＋y－1＝0（θ∈R，θ≠＋kπ，k∈Z）的位置关系是（ ）

A．相交　 B．相切　 C．相离　 D．不确定

3．x2＋y2＋4kx－2y－k＝0所表示的曲线是圆的充要条件是（ ）

　 A．＜k＜1　 B．k＜或k>1　 C．k＝或k＝1　 D．k∈R

4．若两直线y＝x＋2a和y＝2x＋a＋1的交点为P，P在圆x2＋y2＝4的内部，则a的取值范围是　 ．

5．（2000上海春季高考）集合A＝｛（x，y）|x2＋y2=4｝，B＝｛（x，y）|（x－3）2＋（y－4）2=r2｝，其中r＞0，若A∩B中有且仅有一个元素，则r的值是 ．

【讲练平台】

**例1** 一圆经过A（4，2），B（－1，3）两点，且在两坐标轴上的四个截距和为2，求此圆方程．

分析 在用待定系数法求圆的方程时，若已知条件与圆心、半径有关，则设圆的标准方程．若已知条件与圆心、半径的关系不大，则设圆的一般方程．本题设圆的一般方程较简．

解 设所求圆方程为x2＋y2＋Dx＋Ey＋F=0，

∵圆过A、B　∴4D＋2E＋F＋20 = 0　①

－D＋3E＋F＋10＝0　②

在圆方程中令y=0 ，得x2＋Dx＋F=0，

设圆在x轴上截距为x1、x2　　则x1＋x2＝－D

令x = 0得y2＋Ey＋F=0，设圆在y轴上截距为y1、y2，则y1＋y2= －E

∴由题意－D＋（－E）＝2　③

解①②③得D＝－2，E＝0，F＝－12，

∴所求圆的方程为x2＋y2－2x－12＝0．

**例2** 已知圆和直线x－6y－10＝0相切于（4，－1），且经过点（9，6）．求圆的方程．

解 设所求圆方程为（x－a）2＋(y－b)2=r2

　　　　 ＝－6

由题意 （4－a）2＋（－1－b）2＝r2　 解得

（9－a）2＋（6－b）2＝r2

a ＝ 3，b ＝ 5，r2 ＝ 37

∴圆方程为（x－3）2＋(y－5)2=37．

点评 相切问题有两特点，一方面是过切点的半径与切线垂直，另一方面切点在圆上，应善于将几何性质转化为数量关系．

**例3** 已知C：（x－1）2＋(y－2)2=25，直线*l*：（2m＋1）x＋（m＋1）y－7m－4＝0(m∈R)．

1. 求证：不论m取什么实数时，直线*l*与圆恒交于两点；
2. 求直线l被圆C截得的线段的最短长度以及这时直线*l*的方程．

分析 （1）要证明对于任意实数m，直线*l*与圆恒交于两点，可以利用联立方程组，证方程有两组不同的实数解，或利用圆心到直线的距离小于半径，但这些方法计算量都比较大，如果能说明直线*l*恒过圆内一定点，直线*l*显然与圆C有两个不同的交点．因此，可以从定点的角度思考问题，而直线*l*的方程恰好含有一个参数m，所以*l*为定点线，即*l*必过一个定点，则只需证明这个定点在已知圆内即可．（2）由平面几何知识可知，在过圆内一定点的所有弦中，与定点和圆心的连线垂直的弦为最短．

解 （1）将*l*的方程整理为（x＋y－4）＋m（2x＋y－7）＝0．

　因为对于任意实数m，方程都成立，

　　　　　 所以　　　

所以对于任意实数m，直线*l*恒过定点P（3，1），又圆心C（1，2），r＝5，而｜PC｜＝＜5，即｜PC｜＜r，所以P点在圆内，即证．

（2）*l*被圆截得弦最短时，*l*⊥PC．

因为kpc＝＝－，所以k*l*＝2，所以*l*的方程为2x－y－5＝0为所求，此时，最短的弦长为2＝4．

例4 某市气象台测得今年第三号台风中心在其正东300km处，以40km/h的速度向西偏北30°方向移动，据测定，距台风中心250km的圆形区域内部都将受到台风影响，请你推算该市受台风影响的起始时间与持续时间（精确到分钟）

D

C

H

y

A O B x

**分析**　需建立坐标系，由题设：台风中心到达以该市为圆心，250km为半径的圆形区域时，该市将受影响．因此，建立圆的方程求解

**解** 以该市所在位置A为原点，正东方向为x轴的正方向建立直角坐标系，开始时台风中心在B（300，0）处，台风中心沿倾斜角为150°方向直线移动，其轨迹方程为y＝－ （x－300）(x≤300)

该市受台风影响时，台风中心在圆x2＋y2＝内，设射线与圆交于C、D，则｜CA｜＝｜AD｜＝250，所以台风中心到达C点时，开始影响该市，中心移至D点时，影响结束，作AH⊥CD于H，则｜AH｜＝｜AB｜·sin30°＝150，｜HB｜＝150，｜CH｜=｜HD｜==200，∴｜BC｜＝150－200，则该市受台风影响的起始时间t1＝＝1．5(h)，即约90分钟后台风影响该市，台风影响的持续时间t2＝＝10（h），即台风对该市的影响持续时间为10小时．

【知能集成】

1．圆的标准方程和一般方程都含有三个参数，因此，要具备三个独立已知条件才能确定一个圆．在用待定系数法求圆的方程时，若条件与圆心有关，则一般用标准形式较易；若已知条件与圆心、半径关系不大，则用一般式方便．

2．直线与圆的位置关系有三种：相交、相切和相离．从几何角度看，圆心到直线的距离分别小于、等于和大于半径；从代数角度看，其对应的方程组分别为：两解、一解和无解．

3．判断两圆的位置关系，通常从圆心距d与两圆半径R、r（R＞r）的关系入手：若d＞R＋r，则两圆外离；若d=R＋r，则两圆外切；若R－r＜d＜R＋r，则两圆相交；若d=R－r，则两圆内切；若d< R－r，则两圆内含．

【训练反馈】

1. 圆x2＋y2＋2x＋4y－3＝0上到直线x＋y＋1＝0的距离为的点有（ ）

A．　1个　 B．　2个　 C．　3个　 D．　4个

1. 方程｜x｜－1＝所表示的曲线是 ( )

A．　一个圆　 B．　两个圆　 C．　半个圆　 D．　两个半圆

1. 设直线2x－y－＝0与y轴的交点为P，点P把圆（x＋1）2＋y2＝25的直径分为两段，则其长度之比为（ ）

A．　或 B．　或 C． 或 D． 或

4．一束光线从点A（－1，1）出发经x轴反射到圆C：（x－2）2＋（y－3）2＝1的最短路程是　 　．

5．已知三角形三边所在直线的方程为y＝0，x＝2，x＋y－4－＝0，则这个三角形

内切圆的方程为 ．

6．（1）圆C：x2＋y2＋Dx＋Ey＋F＝0的外部有一点P（x0，y0），求由点P向圆引切线的长度．

　（2）在直线2x＋y＋3＝0上求一点P，使由P向圆x2＋y2－4x＝0引得的切线长长度为最小．

7．已知三角形三边所在直线的方程为x－y＋2＝0，x－3y＋4＝0，x ＋y－4 = 0求三角形外接圆的方程．

8．已知圆C与圆x2＋y2－2x＝0相外切，并和直线L：x＋y＝0相切于点（3，－），求圆的方程．

9．曲线x2＋y2＋x－6y＋3＝0上两点P、Q满足：

（1）关于直线kx－y＋4＝0对称，（2）OP⊥OQ，求直线PQ的方程．

10．已知圆x2＋y2－6x－4y＋10＝0，直线L1：y=kx，L2：3x＋2y＋4＝0，x在什么范围内取值时，圆与L1交于两点？又设L1与L2交于P，L1与圆的相交弦中点为Q，当k于上述范围内变化时，求证：｜OP｜·｜OQ｜为定值．

第46课 直线与圆的方程

【考点指津】

能运用圆的有关性质解决直线与圆的综合问题，掌握圆的切线及其求法，圆系及其应用．

【知识在线】

1．圆上的点到直线的距离的最小值是（ ）

A．6 B．4 C．5 D．1

2．已知圆的一条直径通过直线被圆所截弦的中点，则该直径所在的直线方程为（ ）

A． B． C． D．

3．曲线与直线有两个交点时，实数的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

4．若实数满足，则的最大值为 ．

5．（2002·北京高考）已知是直线上的动点，是圆的两条切线，*A，B*是切点，*C*是圆心，那么四边形*PACB*面积的最小值为 ．

【讲练平台】

**例1** （1）求过点*M*（2，4）向圆所引切线方程；

（2）过点*M*（2，4）向圆引两条切线，切点为*P*、*Q*，求*P*、*Q*所在直线方程（简称切点弦）．

分析 （1）用点斜式设直线方程时，要分斜率存在、不存在两种情况讨论；

（2）点M、圆心C，切点P、Q四点共圆，直线PQ为两圆公共弦，两圆方程相减即得公共弦方程．

解 （1）设过点M（2，4）向圆所引的切线为（倾斜角）

即 ∴切线为，当时，还有切线　∴过点M得切线为及

（2）设*P*（*x，y*）为切点，圆心，则

即　即①

又为圆上的点，∴ 即②

②－①得  即

说明：也可以作以点为圆心，为半径的圆，它的方程是： ①，又 ②，①－②整理得 ，就是所求的切点弦方程．

**例2**  已知两圆，

（1）求两圆公共弦的长；

（2）求以公共弦为直径的圆的方程．

**分析**（1）先求出公共弦所在直线方程，再利用半径、圆心到直线距离、弦长之半构成的直角三角形求解；

（2）求出圆心、半径；也可用经过两圆交点的圆系方程求解．

**解**（1）两圆方程相减得，此即公共弦所在直线方程，又圆的圆心到公共弦的距离，且为公共弦长），∴，即公共弦长为．

（2）方法一：连心线的方程为，它与公共弦的交点（－2，1）即为所求圆的圆心，又所求圆半径为，∴圆方程为．

方法二：因为所求圆经过两圆交点，设圆方程为



即 ①其圆心为

∵圆心在公共弦上，∴，解得：，代入①并整理得所求圆方程为．

**例3** （1997·全国高考） 　设圆满足：①截轴所得弦长为2；②被轴分成两段圆弧，其弧长的比为3∶1，在满足条件①②的所有圆中，求圆心到直线的距离最小的圆的方程．

**分析**要求圆的方程，只需利用条件求出圆心坐标和半径，然后便可写出圆的方程的标准式．满足条件①②的圆有无数多个，其圆心的集合可看作动点的轨迹，若能求出这轨迹的方程，便可利用点到直线的距离公式，通过求条件最小值的方法找到符合题意的圆的圆心坐标，进而又可确定圆的半径．

**解**方法一：设圆的圆心为，半径为，则点到轴，轴的距离分别为．由题设知圆截轴所得劣弧所对的圆心角为90o，知圆截轴所得的弦长为，故．又点到直线的距离为，所以，

当且仅当时上式等号成立，此时，从而取得最小值．

由此有，解得或．因为 所以．于是，所求圆的方程为．

方法二：同解法1，得，所以 ①

将代入①式，整理得 ②　把它看做关于的二次方程，由于方程有实根，故判别式非负，即，得．可见有最小值1，从而有最小值．将其代入②式得．．由知同号．于是所求圆的方程是．

方法三：同解法1，由，得，令，代入点到直线的距离公式令，即，其中因为所以因此，当时取等号．

当时，，取；

当时，，取；

解出．

因此所求圆的方程为．

**点评**该题给出的三个条件新颖脱俗，但思路却是基本的，方法也是基础的，要用好这些条件，必须综合而灵活地运用平面几何、解析几何、代数等知识，将所给条件转化，充分体现了“能力立意”高考命题方向．

【知能集成】

1．在直线与圆的位置关系中，直线与圆相切时求切线，相交时求弦长是两个重点内容．求切线的方法比较多，一般来说，如果已知切点的坐标求圆的切线，则直接利用公式比较简单，其他情形则利用圆心到直线距离等于圆半径的性质来求解比较简单；而计算弦长时，通常用半径、弦心距、半弦长构成的直角三角形求解较简单．当然，弦长公式也是不可忽视的一种方法．

2．解与两相交圆的公共弦、两相交圆的交点的问题时，要注意利用圆系方程的有关性质求解，从而避免复杂的运算．

【训练反馈】

1．如果四点共圆，则的值是（ ）

A．1 B．3 C．5 D．7

2．若圆上有且只有两个点到直线的距离等于1，则半径的取值范围是（ ）

A．（4，6） B． C． D．[4，6]

3．如果实数满足等式，那么的最大值是（ ）

A． B． C．  D．

4．已知圆，则被此圆内一点（不同时为0）平分的弦所在的直线方程为 ．

5．已知直线交圆于点，为坐标原点，且，则的值为 ．

6．由点发出的光线射到轴上，被轴反射，若反射光线所在直线与圆相切，求光线所在直线的方程．

7．已知圆上的点关于直线的对称点仍在这个圆上，且与直线相交的弦长为，求圆的方程．

8．已知圆C′的方程是，圆C的圆心坐标为（－2，1），若圆C与圆C′交于两点，且，求圆C的方程．

9．圆，直线，过上一点A作△ABC，使AB边过圆心，点在圆上，且，求：

（1）点横坐标时的直线的方程；

（2）点横坐标的取值范围．

**单元练习七**（直线与圆）

（总分100分，测试时间100分钟）

一、选择题：本大题共12个小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的．

1．直线L沿y轴正方向平移m个单位（m≠0，m≠1），再沿x轴负方向平移m－1个单位得直线L′，若L与L′重合，则直线L的斜率为（ ）

A． B． C． D．

2．两条直线和的位置关系是（ ）

A．平行 B．相交 C．重合 D．与m有关

3．已知两直线和的交点是，则过两点、的直线方程是（ ）

A． B． C． D．

4．曲线关于直线对称的曲线C′的方程为（ ）

A． B． C． D．

5．把直线绕原点逆时针方向旋转，使它与圆相切，则直线转动的最小正角是（ ）

A． B．  C． D．

6．倾斜角为60o，且过原点的直线被圆截得的弦长恰等于圆的半径，则满足的条件是（ ）

A． B． 

C．  D． 

7．设点（）在圆的外部，则直线与圆的位置关系是（ ）

A．相交 B．相切 C． 相离 D．不确定

8．给出下列四个命题，其中是真命题的为（ ）

①角一定是直线的倾斜角；

②点关于直线的对称点的坐标是；

③与坐标轴距离相等的点的轨迹方程是；

④直线与圆相切．

A．（1）、（2） B．（3）、（4） C．（1）、（3） D．（2）、（4）

9．直线y=2x＋m和圆 交于A、B两点，以ox轴为始边，OA、OB为终边的角为、，则sin()为（ ）

A．关于m的一次函数 B． C．关于m的二次函数 D．－

10．以点为顶点的三角形与圆没有公共点，则圆半径R的取值范围是（ ）

A． B．  C．  D． 

11．过圆外一点引圆的两条切线，则经过两切点的直线方程为( )

A． B． C． D．

12．已知圆，圆，其中，则两圆的位置关系为（ ）

A．相交 B．外切 C．内切 D．相交或外切

二、填空题：本大题共4小题，把答案填在题中横线上．

13．若点与点关于直线对称，则直线的方程是 ．

14．若***R***}， ***R***}，若 A∩ B=ф ，则实数值为 ．

15． 设是圆上一点，则的最大值是 ．

16． 已知两圆和，则它们的公共弦长为 ．

三、解答题：本大题共6小题，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．已知O为坐标原点，点A的坐标为（4，2），P为线段OA垂直平分线上的一点，若∠OPA为锐角，求点P的横坐标的取值范围．

18．已知过点A（1，1）且斜率为－m(m>0)的直线与x，y轴分别交于P、Q，过P、Q 作直线的垂直平分线，垂足为R、S，求四边形PRSQ的面积的最小值．

19．某承包户承包了两块鱼塘，一块准备放养鲫鱼，另一块准备放养鲢鱼，现知放养这两种鱼苗时都需要鱼料A、B、C，每千克鱼苗所需饲料量如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 鱼料A | 鱼料B | 鱼料C |
| 鲫鱼（每千克） | 15克 | 5克 | 8克 |
| 鲢鱼（每千克） | 8克 | 5克 | 18克 |

如果这两种鱼长到成鱼时，鲫鱼和鲢鱼分别是当时放养鱼苗重量的30倍与50倍，目前这位承包户只有鱼饲料A、B、C分别为120克、50克、144克，问如何放养这两种鱼苗，才能使得成鱼的重量最重．

y

R

x

C

Q

P

O

20．如图，圆C通过不同的三点P（K，O）、Q（2， 0）、R（0，1），已知圆C在点P的切线斜率为1，试求圆C的方程．

21．已知与曲线相切的直线交轴，轴于A、B两点，O为原点，且|OA|=a，|OB|=b（a>2，b>2）．

（1）求证：曲线C与直线相切的条件是（a－2）（b－2）=2；

（2）求线段AB中点的轨迹方程；

（3）求△AOB面积的最小值．

22．设数列的前n项和=na＋n(n－1)b (n=1、2…)，a、b是常数且b

（1）证明是等差数列；

（2）证明以（，）为坐标的点(n=1、2…)都落在同一条直线上，并写出此直线方程；

（3）设a=1，b=，C是以（r，r）为圆心，r为半径的圆（r>0），求使得点、、都落在圆C外时，r的取值范围．

第45课 圆的方程

【知识在线】

1．C 2．C 3．D 4．－＜a＜1 5． 3或7

【训练反馈】

1．C 2．D 3．A 4．4 5．(x－3)2+(y－1)2=1. 6．（1）切点、圆心及点P三点连线可构一个RT△，其中切线是一条直角边，利用勾股定理可得切线长＝,　（2）设P（x,y），由（1）结论得切线长S＝＝，当且仅当x＝－，即P（－,－）时，切线长长度最小，最小值是. 7．先求得三角形三顶点A（－1,1）、B（2,2，）、C（1,3），代入x2+y2+Dx+Ey+F＝0，得D＝－1，E＝－3，F＝0　∴方程为x2+y2－x－3y＝0 8．设圆方程为(x－a)2+(y－b)2＝r2，=r+1．由r＝ ，·(－)＝－1

得 ＝2｜a－3｜＋1

* 1. 当a≥3时，解得a＝4，∴b＝0，r＝2，圆方程(x－4)2+y2＝4
  2. 当a＜3时，解得a＝0，∴b＝－4，r＝6，圆方程x2+(y+4)2＝36.

9．由①得　直线kx－y+4＝0过圆心，∴k＝2　kPQ＝－，故设直线PQ的方程为

y＝－x+b，与圆方程联立消去y得x2+(4－b)x+b2－6b+3＝0

设 P(x1 , y1), Q(x2 , y2)，由于OP⊥OQ　∴x1x2＋y1 y2＝0

即x1x2＋（－x1+b）(－x2+b)＝0　结合韦达定理可得b＝或b＝

从而直线PQ的方程为y＝－x+或y＝－x+.

10． x2+y2－6x－4y+10＝0　 即 (x－3)2+(y－2)2＝3

由题知＜ 解之得 ＜K＜

又可求P(，)，Q（,）

∴｜OP｜·｜OQ｜＝···＝4（定值）.

第46课 直线与圆的方程

【知识在线】

1．B 2．C 3．A 4．10 5．．

【训练反馈】

1．B 2．A 3．D 4．ax+by－a2－b2=0 . 5．3 6．（1）已知圆关于轴的对称圆方程为，设光线的方程是，由题意，该直线与对称圆相切　∴ 解得：　∴直线的方程是或 7．设圆心为，由题意得：，解得或，此时或　∴所求圆的方程为或 8．设圆C的方程为，而圆C′的方程为，两圆方程相减得公共弦的方程为，过C′作C′D⊥AB于D，则，故| C′D|=　∴，解得或　∴圆C的方程为或． 9．（1）点（4，5），圆心，设直线斜率为，或　∴直线方程为或，即或.

（2）点，圆，半径切线长，∴.

**单元练习七**（直线与圆）

一、选择题

1．C 2．B 3．C 4．C 5．B 6．A 7．A 8．D 9．D 10．A 11．A 12．D.

二、填空题

13. . 14．－2或4 ．15．．16．．

三、解答题

17.∵OA的垂直平分线，且P在此直线上，

∴设为锐角，∴OP与L的夹角小于，

∴

∴点P横坐标范围为.

18.设方程为，则从而可得直线PR和QS的方程分别为：和 又PR∥QS ∴ 又|PR| ,四边形PRSQ为梯形

∴

10

18

8

x

10

8

A

B

O

D

C









15

y

∴四边形PRSQ的面积的最小值为3.6

19.解：设放养鲫鱼x千克，鲢鱼y千克.则成鱼重量位其制约条件为 画出其表示的区域（如图），不难找出使最大的一组解求得,当直线过点C时，重量值最大，最大为428千克．

答：鲫鱼放养3.6千克，鲢鱼放养6.4千克，此时成鱼的重量最重．

20.设圆C的方程为，

由于为方程的两根

∴ 即

又因为圆过点R（0，1），故1+E+F=0, ∴E=－2k－1

∴圆的方程

圆心C坐标∵圆在点P的切线斜率为1 ∴ 解得

∴所求圆的方程为

21.由已知，直线l的方程为ax+by－ab=0，圆的方程为(x－1)2+(y－1)2=1.

（1）直线与圆相切，即，整理得（a－2）（b－2）=2

（2）设AB中点坐标为(x,y)，则a=2x,b=2y，代入①式，得(x－1)(y－1)= (x>1,y>1)

（3）==a+b－1=（a－2）+（b－2）+3当且仅当a=b=2+时，面积有最小值2+3.

22.（1）由条件，得==a

当n≥2时，有

=－=[na+n(n－1)b]－[(n－1)a+(n－1)(n－2)b]=a+2(n－1)b

因此，当n≥2时，有

－=[a+2(n－1)b]－[a+2(n－2)b]=2b

∴是以a为首项，2b为公差的等差数列；

(2)∵b,对于n≥2，有



∴所有的点（，） (n=1、2…)都落在通过（a,a－1）且以为斜率的直线上．此直线方程为y－(a－1)=(x－a)

即x－2y+a－2=0

(3)当a=1,b=时，的坐标为（n,）使（1，0）、（2，）、（3，1）都落在圆C外的条件是







即  ①

 ②

 ③

由不等式①，得r

由不等式②, 得

由不等式③, 得

又注意到

故使、、都落在圆C外时，r的取值范围是

．