直线的交点坐标与距离公式难题-高中数学必修2第三章

**一、选择题(每小题6分，共36分)**

1.(2012·揭阳模拟)点P(x，y)是直线5x－12y＋8＝0上的点，O为原点，|OP|的最小值为(　　)

(A)　　　(B)　　　(C)8　　　(D)13

2.(2012·合肥模拟)平面直角坐标系中直线y＝2x＋1关于点(1,1)对称的直线方程是(　　)

(A)y＝2x－1 (B)y＝－2x＋1

(C)y＝－2x＋3 (D)y＝2x－3

3.设两直线*l*1：x＋y＋b＝0，*l*2：xsinθ＋y－a＝0，θ∈(π，π)，则直线*l*1和*l*2的位置关系是(　　)

(A)平行 (B)平行或重合

(C)垂直 (D)相交但不一定垂直

4.设△ABC的一个顶点是A(3，－1)，∠B，∠C的平分线方程分别为x＝0，y＝x，则直线BC的方程为(　　)

(A)y＝2x＋5 (B)y＝2x＋3

(C)y＝3x＋5 (D)y＝－x＋

5.设两条直线的方程分别为x＋y＋a＝0，x＋y＋b＝0，已知a、b是关于x的方程x2＋x＋c＝0的两个实数根，且0≤c≤，则这两条直线之间的距离的最大值和最小值分别为(　　)

(A)， (B)，

(C)， (D)，

6.(易错题)若点A(3,5)关于直线*l*：y＝kx的对称点在x轴上，则k是(　　)

(A) (B)±

(C) (D)

**二、填空题(每小题6分，共18分)**

7.已知＋＝1(a＞0，b＞0)，则点(0，b)到直线3x－4y－a＝0的距离的最小值是　　　　.

8.(2012·深圳模拟)已知点P在直线x－4y＋10＝0上，O为坐标原点，A(3，-1)，则|OP|＋|AP|的最小值为　　　　.

9.(2012·广州模拟)将一张坐标纸折叠一次，使得点(0,2)与(－2,0)重合，且点(2012,2013)与点(m，n)重合，则m－n的值为　　　　.

**三、解答题(每小题15分，共30分)**

10.已知点(x0，y0)在直线ax＋by＝0(a，b为常数)上，求的最小值.

11.两互相平行的直线分别过A(6,2)，B(－3，－1)，并且各自绕着A，B旋转，如果两条平行线间的距离为d.

(1)求d的变化范围；

(2)求当d取得最大值时的两条直线方程.

【探究创新】

(16分)在平面直角坐标系xOy中，O是坐标原点，设函数f(x)＝k(x－2)＋3的图象为直线*l*，且*l*与x轴、y轴分别交于A、B两点，探究正实数m取何值时，使

△AOB的面积为m的直线*l*仅有一条；仅有两条；仅有三条；仅有四条.

**答案解析**

1.【解析】选B.|OP|的最小值即为点O到直线5x－12y＋8＝0的距离：＝.

【变式备选】点P(m－n，－m)到直线＋＝1的距离等于(　　)

(A) (B)

(C) (D)

【解析】选A.因为直线＋＝1可化为

nx＋my－mn＝0，则由点到直线的距离公式得

d＝

＝.

2.【解析】选D.在直线y＝2x＋1上任取两个点A(0,1)，B(1,3)，则点A关于点(1,1)对称的点为M(2,1)，B关于点(1,1)对称的点为N(1，－1).由两点式求出对称直线MN的方程＝，即y＝2x－3，故选D.

3. 【解析】选C.∵θ∈(π，π)，∴sinθ＜0，

又∵sinθ·1＋·＝sinθ＋|sinθ|

＝sinθ－sinθ＝0，故两直线垂直.

4.【解题指南】利用角平分线的性质，分别求出点A关于∠B，∠C的平分线的对称点坐标，由两点式得BC方程.

【解析】选A.点A (3，－1)关于直线x＝0，y＝x的对称点分别为A′(－3，

－1)，A″(－1,3)，且都在直线BC上，故得直线BC的方程为：y＝2x＋5.

5.【解析】选D.∵两条直线x＋y＋a＝0和x＋y＋b＝0间的距离d＝.

又∵a、b是关于x的方程x2＋x＋c＝0的两个实数根，

∴a＋b＝－1，ab＝c，

从而|b－a|＝＝.

又∵0≤c≤，∴0≤4c≤，∴－≤－4c≤0，

∴≤1－4c≤1，∴dmax＝ ，dmin＝.

6.【解析】选D.由题设点A(3,5)关于直线*l*：y＝kx的对称点为B(x0,0)，依题意得，

解得k＝.

7.【解题指南】先利用点到直线的距离公式将距离表示为关于a，b的关系式，将已知条件代入，利用不等式求最值.

【解析】点(0，b)到直线3x－4y－a＝0的距离为

d＝＝＝·(＋)

＝(5＋＋)≥×(5＋4)＝.当且仅当＝，即a＝3，b＝时取等号.

答案：

8.【解析】设点A(3，-1)关于直线x－4y＋10＝0的对称点是A′(x，y)，则，

解得，即A′(1,7)，

∴|OP|＋|AP|的最小值是|OA′|＝＝5.

答案：5

9.【解析】∵点(0,2)与点(－2,0)沿某一直线对称，可判断此对称轴为y＝－x，故点(2012,2013)关于y＝－x对称的点应为(－2013，－2012).

∴m－n＝－1.

答案：－1

10.【解析】可看作点(x0，y0)与点(a，b)的距离，而点(x0，y0)在直线ax＋by＝0上，所以的最小值为点(a，b)到直线ax＋by＝0的距离＝.

【方法技巧】与直线上动点有关的最值的解法

与直线上动点坐标有关的式子的最值问题，求解时要根据式子的结构特征，弄清其表示的几何意义，一般为两点连线的斜率，两点间的距离，或点到直线的距离.从而利用数形结合的思想求解.

11.【解析】(1)方法一：当两直线的斜率都不存在时，两直线方程分别为x＝6，x＝－3，此时d＝9；当两直线斜率存在时，设两条直线方程分别为y＝kx＋b1，和y＝kx＋b2，则即，

而d＝＝，

∴d2＋d2k2＝81k2－54k＋9，

即(81－d2)k2－54k＋9－d2＝0，

由于k∈R，∴Δ＝542－4(81－d2)(9－d2)≥0，整理得4d2(90－d2)≥0，∴0＜d≤3.

综上0＜d≤3.

方法二：画草图可知，当两平行线均与线段AB垂直时，距离d＝|AB|＝3最大，当两平行线重合，即都过A，B点时距离d＝0最小，但平行线不能重合，

∴0＜d≤3.

(2)因为d＝3时，k＝－3，

故两直线的方程分别为

3x＋y－20＝0和3x＋y＋10＝0.

【探究创新】

【解析】显然直线f(x)＝k(x－2)＋3与x轴、y轴的交点坐标分别为A(2－，0)，B(0,3－2k)；

当k＜0时，△AOB的面积为(2－)(3－2k)，依题意得，(2－)(3－2k)＝m，

即4k2－(12－2m)k＋9＝0.

又因为Δ＝[－(12－2m)]2－4×4×9，且m＞0，所以，m＝12时，k值唯一，此时直线*l*唯一；m＞12时，k值为两个负值，此时直线*l*有两条；

当k＞0时，△AOB的面积为－(2－)(3－2k)，依题意得，－(2－)(3－2k)＝m，即

4k2－(12＋2m)k＋9＝0，

又因为Δ＝[－(12＋2m)]2－4×4×9＝4m2＋48m，

且m＞0，所以Δ＞0，对于任意的m＞0，方程总有两个不同的解且都大于零，此时有两条直线；

综上可知：不存在正实数m，使△AOB的面积为m的直线*l*仅有一条；当0＜m＜12时，直线*l*有两条；当m＝12时，直线*l*有三条；当m＞12时，直线*l*有四条.