

绝密★启用前

# 2016年三月爱智康南京分校半年考卷

## 高一数学(A卷)

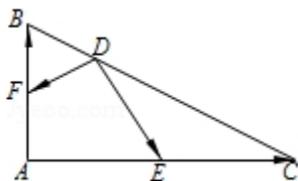
考试时间：100分钟

注意事项：

请将答案正确填写在答题卡上，有必要的过程。

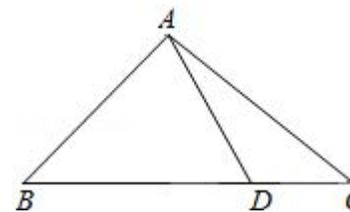
一、填空题：本大题共 14 小题，每小题 3 分，共 42 分。请把答案填写在答题卡相应位置上。

- (3分) (2015秋·南京期末) 函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$  的定义域是\_\_\_\_\_。
- (3分) (2015秋·南京期末) 集合  $\{0, 1\}$  的子集的个数为\_\_\_\_\_。
- (3分) (2015秋·南京期末) 求值  $\log_3 45 - \log_3 5 =$ \_\_\_\_\_。
- (3分) (2015秋·南京期末) 已知角  $\alpha$  的终边过点  $P(2, -1)$ ，则  $\sin \alpha$  的值为\_\_\_\_\_。
- (3分) (2015秋·南京期末) 已知扇形的半径为 3cm，圆心角为 2 弧度，则扇形的面积为\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。
- (3分) (2015秋·南京期末) 函数  $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{3})$ ， $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  的值域是\_\_\_\_\_。
- (3分) (2014秋·南京期末) 化简： $\frac{\sqrt{1-2\sin 40^\circ \cos 40^\circ}}{\sin 40^\circ + \cos 140^\circ} =$ \_\_\_\_\_。
- (3分) (2014秋·南京期末) 已知在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = \frac{\pi}{2}$ ， $AB=2$ ， $AC=4$ ， $\vec{AF} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ ， $\vec{CE} = \frac{1}{2}\vec{CA}$ ， $\vec{BD} = \frac{1}{4}\vec{BC}$ ，则  $\vec{DE} \cdot \vec{DF}$  的值为\_\_\_\_\_。



- (3分) (2014秋·南京期末) 若  $f(x) = x(|x| - 2)$  在区间  $[-2, m]$  上的最大值为 1，则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

- (3分) (2015·上海模拟) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 45^\circ$ ， $D$  是  $BC$  边上的一点， $AD=5$ ， $AC=7$ ， $DC=3$ ，则  $AB$  的长为\_\_\_\_\_。



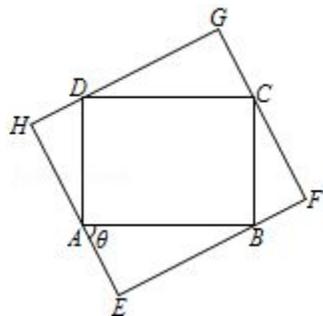
- (3分) (2012·嘉兴模拟) 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ，若  $(2b - c) \cos A = a \cos C$ ，则  $A$  的度数为\_\_\_\_\_。
- (3分) (2011春·南京期中) 若实数  $a, b, c$  成等比数列，且  $a+b+c=1$ ，则  $a+c$  的取值范围是\_\_\_\_\_。
- 给出下列四个函数：①  $y = x + \sin x$ ；②  $y = x^2 - \cos x$ ；③  $y = 2^x - 2^{-x}$ ；④  $y = e^x + \ln x$ ，其中既是奇函数，又在区间  $(0, 1)$  上单调的函数是\_\_\_\_\_。(写出所有满足条件的函数的序号)
- 设定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足：对任意的  $x, y \in \mathbf{R}$ ，都有  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ ，对任意的  $x \in (0, +\infty)$ ，都有  $f(x) > 0$ ，且  $f(1) = 2$ 。若对任意的  $x \in [-3, 3]$  都有  $f(x) \leq a$ ，则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_。

二、解答题：本大题共 6 小题，共 58 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

- (8分) (2014秋·南京期末) 已知向量  $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ ， $\vec{b} = (\cos \beta, -\sin \beta)$ 。
  - 若  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ， $\beta = -\frac{\pi}{6}$ ，求向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角；
  - 若  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\tan \alpha = \frac{1}{7}$ ，且  $\alpha, \beta$  为锐角，求  $\tan \beta$  的值。

16. (8分) (2014秋·南京期末) 如图所示, 某住宅小区有一个矩形休闲广场 ABCD, 其中 AB=40 米, BC=30 米, 根据小区业主建议, 需将其扩大成矩形区域 EFGH, 要求 A、B、C、D 四个点分别在矩形 EFGH 的四条边 (不含顶点) 上. 设  $\angle BAE = \theta$ , EF 长为 y 米.

- (1) 将 y 表示成  $\theta$  的函数;
- (2) 求矩形区域 EFGH 的面积的最大值.



17. (10分) (2014春·秦淮区校级期中) 设各项均为正数的数列  $\{a_n\}$  的前 n 项和是  $S_n$ , 已知  $a_1=3$ ,  $4S_n = a_n^2 + 2a_n + 4$  ( $n \geq 2$ ).

- (1) 求  $a_2, a_3$ ;
- (2) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (3) 求证:  $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_n} < \frac{5}{6}$ .

18. (本小题满分 10 分)

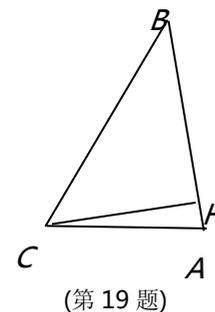
已知函数  $f(x)$  是实数集  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 当  $x > 0$  时,  $f(x) = \log_2 x + x - 3$ .

- (1) 求  $f(-1)$  的值; (2) 求函数  $f(x)$  的表达式;
- (3) 求证: 方程  $f(x) = 0$  在区间  $(0, +\infty)$  上有唯一解.

19. (本小题满分 10 分)

如图, 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $CA=2$ ,  $CB=3$ ,  $\angle ACB=60^\circ$ ,  $CH$  为  $AB$  边上的高.

- (1) 求  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ ;
- (2) 设  $\vec{CH} = m\vec{CB} + n\vec{CA}$ , 其中  $m, n \in \mathbf{R}$ , 求  $m, n$  的值.



20. (12分) (2013秋·南京期末) 设函数  $f(x) = x^2 - 2tx + 2$ , 其中  $t \in \mathbf{R}$ .

- (1) 若  $t=1$ , 求函数  $f(x)$  在区间  $[0, 4]$  上的取值范围;
- (2) 若  $t=1$ , 且对任意的  $x \in [a, a+2]$ , 都有  $f(x) \leq 5$ , 求实数  $a$  的取值范围.
- (3) 若对任意的  $x_1, x_2 \in [0, 4]$ , 都有  $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 8$ , 求  $t$  的取值范围.