和平区 2015-2016 学年度第一学期高一年级

期末形成性质量调查

数学试卷（含答案）

一、选择题：共 8 题，每小题 3 分，共 24 分。

1. $\sin\dfrac{17\pi}{4}$ 的值是

$A.\dfrac{1}{2}$　　$B.-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　$C.\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　$D.\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】：C

【考点】：运用诱导公式化简求值

【解析】：$\sin\dfrac{17\pi}{4}=\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+4\pi\right)=\sin\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

2. 化简 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=$

$A.0$　　$B.\overrightarrow{BA}$　　$C.2\overrightarrow{AB}$　　$D.-2\overrightarrow{AB}$

【答案】：A

【考点】:向量加减混合运算及其几何意义

【解析】：$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=0$

3. 与 - 456°角终边相同的角的集合是（　　）

A．{a|a=k•360°+456°，k∈Z}　　B．{a|a=k•360°+264°，k∈Z}

C．{a|a=k•360°+96°，k∈Z}　　D．{a|a=k•360°-264°，k∈Z}

【答案】：B

【考点】：任意角的定义

【解析】：终边相同的角相差了 360° 的整数倍，
设与 - 456° 角的终边相同的角是 α，则 α = - 456° +k•360° ，k∈Z，
又 264° 与 - 456° 终边相同，∴ α =264° +k•360° ，k∈Z，

4. 把 $y=\sin x$ 图象上所有点的横坐标都缩小到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍（纵坐标不变），再把图象向左

平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，则所得函数图象的解析式为

$A.y=-\sin 2x$　　　　$B.\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

$C.y=-\cos 2x$　　　　$D.y=\cos 2x$

【答案】：D

【考点】：正弦型函数 y=Asin（ωx+φ）的图象变换

【解析】：函数 y=sinx 的图象上所有点的横坐标都缩小到原来的一半，纵坐标保持不变，可以得到函数 y=sin2x 的图象，再把图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，以得到函数 y=sin2（x+ $\frac{\pi}{4}$ ）=cos2x 的图象

5. 已知不共线向量 $\vec{a},\vec{b}$，$\overrightarrow{AB}=t\vec{a}-\vec{b}(t\in R),\overrightarrow{AC}=2\vec{a}+3\vec{b}$，若 A,B,C 三点共线，则实数 t=

$A.-\frac{1}{3}$　　$B.-\frac{2}{3}$　　$C.\frac{3}{2}$　　$D.-\frac{3}{2}$

【答案】：B

【考点】：平面向量的基本定理及其意义

【解析】：∵ $\overrightarrow{AB}=t\vec{a}-\vec{b}$（t∈R），$\overrightarrow{AC}=2\vec{a}+3\vec{b}$，A、B、C 三点共线，

∴存在实数 k 使得 $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$，

$t\vec{a}-\vec{b}=k(2\vec{a}+3\vec{b})$，

化为 $(t-2k)\vec{a}+(-1-3k)\vec{b}=\vec{0}$，

∵向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 不共线，

∴ $\begin{cases} t-2k=0 \\ -1-3k=0 \end{cases}$，解得 $t=-\frac{2}{3}$.

故答案为：$-\frac{2}{3}$. 选 B

6. 下列各式大小关系正确的是（　　）

$A.\sin 11^\circ>\sin 168^\circ$　　　　$B.\sin 194^\circ<\cos 160^\circ$

$C.\cos(-\frac{15}{8}\pi) > \cos\frac{14}{9}\pi$　　　　$D.\tan(-\frac{\pi}{5}) < \tan(-\frac{3}{7}\pi)$

【答案】：C

【考点】：三角函数的单调性和诱导公式的应用

【解析】：A 选项， $\sin 168° = \sin(180° - 168°) = \sin 12° > \sin 11°$，**所以 A 错误**

B 选项， $\begin{aligned}&\sin 194° = \sin(180° + 14°) = -\sin 14° \\ &\cos 160° = \cos(180° - 20°) = -\cos 20° = -\sin 70° < -\sin 14°\end{aligned}$，**所以 B 错误**

C 选项， $\begin{aligned}&\cos(-\frac{15}{8}\pi) = \cos(-\frac{15}{8}\pi + 2\pi) = \cos\frac{\pi}{8} \\ &\cos\frac{14}{9}\pi = \cos(2\pi - \frac{14}{9}\pi) = \cos\frac{4}{9}\pi < \cos\frac{\pi}{8}\end{aligned}$，**所以 C 正确**

D 选项， $\begin{aligned}&\tan(-\frac{\pi}{5}) = \tan(\pi - \frac{\pi}{5}) = \tan\frac{4}{5}\pi \\ &\tan(-\frac{3}{7}\pi) = \tan(\pi - \frac{3}{7}\pi) = \tan\frac{4}{7}\pi < \tan\frac{4}{5}\pi\end{aligned}$，**所以 D 错误**

7. 已知向量 $\vec{a} = (3,4)$，$\vec{b} = (9,12)$，$\vec{c} = (4,-3)$，若向量 $\vec{m} = 2\vec{a} - \vec{b}$，$\vec{n} = \vec{a} + \vec{c}$，则向量 $\vec{m}$ 与 $\vec{n}$ 的夹角为

$A.45°$　　$B.60°$　　$C.120°$　　$D.\ 135°$

【答案】： D

【考点】：数量积表示两向量夹角

【解析】：

$$\vec{m} = 2\vec{a} - \vec{b} = 2(3,4) - (9,12) = (6,8) - (9,12) = (-3,-4)$$

$$\vec{n} = \vec{a} + \vec{c} = (3,4) + (4,-3) = (7,1)$$

$$\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle = \frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|} = \frac{(-3)\times 7 + (-4)\times 1}{5\times 5\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

所以，选 D

8. 若 $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 4 - m$，则实数 m 的取值范围是

$A.\ \ 2 \le m \le 6$　　$B.-6 \le m \le 6$　　$C.\ \ 2 < m < 6$　　$D.\ \ 2 \le m \le 4$

【答案】： A

【考点】：辅助角公式的应用

【解析】：$\sqrt{3}\sin x-\cos x=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x\right)=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$，

∵ $-1\leqslant\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\leqslant1$，

∴ $-2\leqslant2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\leqslant2$，

∴ $-2\leqslant4-m\leqslant2$，

解得：$2\le m\le 6$，选 A

二、填空题：共 6 小题，每题 4 分，共 24 分。

9. 已知扇形的周长为 8cm，圆心角为 2rad，则扇形的面积 S 为____cm^2.

【答案】：4

【考点】：扇形面积公式

【解析】：设扇形的半径为 r，弧长为 l，

则 $\begin{cases}l+2r=8\\ l=2r\end{cases}$ 解得 r=2，l=4

由扇形面积公式可得扇形面积 $S=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}\times2\times4=4$

故答案为：4

10. 已知向量 $\vec{a}=(-2,-1),\vec{a}\cdot\vec{b}=10,|a-b|=\sqrt{5}$,，则 $|\vec{b}|=$______

【答案】：$2\sqrt{5}$

【考点】：平面向量及其应用

【解析】：

$$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{5}\Rightarrow\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=5\Rightarrow\left|\vec{a}\right|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\left|\vec{b}\right|^2=5$$

$$\left|\vec{b}\right|^2=5-\left|\vec{a}\right|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}=5-5+2\times10=20\Rightarrow\left|\vec{b}\right|=2\sqrt{5}$$

11. 函数 $y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right),x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$ 的值域是________

【答案】：$\left[-\sqrt{3},2\right]$

【考点】：正弦函数的单调性和值域

【解析】：∵ $-\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{2}$，

$\therefore 0 \le 2x+\frac{\pi}{3} \le \frac{4\pi}{3}$,

根据正弦函数的性质，则 $-\frac{\sqrt{3}}{2} \le \sin(2x+\frac{\pi}{3}) \le 1$,

$\therefore -\sqrt{3} \le 2\sin(2x+\frac{\pi}{3}) \le 2$

$\therefore$函数 $y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right), x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$的值域是$\left[-\sqrt{3}, 2\right]$

12. 已知向量 $\vec{a}$=（－2，－1）$\vec{b}$=（m，1），且 $\vec{a}$与 $\vec{b}$的夹角为钝角，则实数 m 的取值范围是_

【答案】： $(-\frac{1}{2}, 2) \cup (2, +\infty)$

【考点】：数量积表示两个向量的夹角

【解析】： 若 $\vec{a}$与 $\vec{b}$的夹角为钝角，则它们数量积小于 0 且两向量不为反向向量.

由 $\vec{a}\cdot\vec{b}$=（－2，－1）•（m，1）=－2m－1＜0，得 m＞ $-\frac{1}{2}$，若为反向向量，

则 $\vec{a}$= $\lambda\vec{b}$（λ＜0）$\therefore \begin{cases} -2=\lambda m \\ -1=\lambda \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=2 \\ \lambda=-1 \end{cases}$ ∴m≠2.

所以实数 t 的取值范围是 m＞ $-\frac{1}{2}$，且 m≠2，即 m∈ $(-\frac{1}{2}, 2) \cup (2, +\infty)$

故答案为：$(-\frac{1}{2}, 2) \cup (2, +\infty)$.

13. 化简 $\frac{\sin7°+\cos15°\sin8°}{\cos7°-\sin15°\sin8°}$=______

【答案】： $2-\sqrt{3}$

【考点】：三角函数和差角公式

【解析】：因为 7°=15°－8°；

所以 sin7°=sin（15°－8°）=sin15°cos8°－sin8°cos15°，

cos7°=cos（15°－8°）=cos15°cos8°+sin15°sin8°；

原式= $\frac{\sin15°\cos8°-\sin8°\cos15°+\cos15°\sin8°}{\cos15°\cos8°+\sin15°\sin8°-\sin15°\sin8°}=\frac{\sin15°\cos8°}{\cos15°\cos8°}$ **=tan15°**

=tan（45° - 30°）

$=2-\sqrt{3}$,

14. 已知α是第三象限角，且$\sin^4\alpha+\cos^4\alpha=\dfrac{5}{9}$,那么$\sin 2\alpha=$____.

【答案】： $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

【考点】：三角函数的恒等变换及化简求值

【解析】： $\because \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$,

$\therefore \sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1$,

$\because \sin^4\alpha+\cos^4\alpha=\dfrac{5}{9}$,

$\therefore 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=\dfrac{4}{9}$,

$\because \alpha$是第三象限角，

$\therefore \sin\alpha\cos\alpha>0$

$\because 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=\dfrac{4}{9}$,

$\therefore \sin^2\alpha\cos^2\alpha=\dfrac{2}{9},\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \ \sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

三、解答题：本大题共 6 小题，共 52 分。

15. （本小题满分 8 分）

已知$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，且$\alpha$是第一象限角，

（1）求$\tan(\pi+\alpha)+\dfrac{\sin(\dfrac{\pi}{2}-\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)}$的值；

（2）求$\tan(\alpha+\dfrac{\pi}{4})$的值

【答案】： $-\dfrac{1}{2}$；3

【考点】：同角三角函数公式

【解析】：α 是第一象限角，$\cos\alpha>0$

$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5},\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{2\sqrt{5}}{5},\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{1}{2}$$

（1）$\tan(\pi+\alpha)+\dfrac{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)}=\tan\alpha+\dfrac{\cos\alpha}{-\cos\alpha}=\tan\alpha-1=\dfrac{1}{2}-1=-\dfrac{1}{2}$

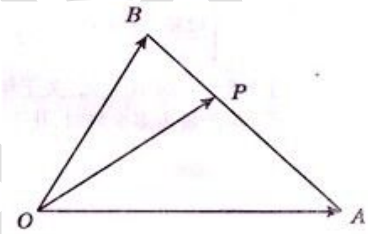
（2）$\tan(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\tan\alpha+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\alpha\tan\frac{\pi}{4}}=\dfrac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}=\dfrac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}=3$

16.（本小题满分 8 分）

如图，在△OAB 中，已知 P 为线段 AB 上的一点，且$|\overrightarrow{AP}|=2|\overrightarrow{PB}|$.

（1）试用$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$表示$\overrightarrow{OP}$；

（2）若$|\overrightarrow{OA}|=3$，$|\overrightarrow{OB}|=2$，且∠AOB=60°，求$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB}$的值.



【答案】：（1）$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$（2）$-\frac{4}{3}$

【考点】：平面向量数量积的运算

【解析】：（1）∵P 是线段 AB 上的一点，且$|\overrightarrow{AP}|=2|\overrightarrow{PB}|$.

∴$\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$.

即有$\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}=2(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OP})$

∴$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

（2）由（1）知 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB}=(\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB})\cdot(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$

$=-\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}^2-\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}^2$

$=-\frac{1}{3}\times9-\frac{1}{3}\times3\times2\cos60°+\frac{2}{3}\times4$

$=-\frac{4}{3}$

17. （本小题满分 9 分）

已知函数 f（x）=Asin（3x+φ）（A＞0，x∈（－∞，+∞），0＜φ＜π），在 $x=\frac{\pi}{12}$时取得最大值 4.

（1）求 f（x）的最小正周期.

（2）求 f（x）的解析式.

（3）若 $f\left(\frac{2}{3}\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{12}{5}$，求 tan2α 的值.

【答案】：（1）$\frac{2}{3}\pi$ （2）$f(x)=4\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$ （3）$\tan2\alpha=\pm\frac{4}{3}$

【考点】：正弦型 y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式

【解析】：（1）∵f（x）=Asin（3x+φ），∴$T=\frac{2\pi}{3}$，即 f（x）的最小正周期为$\frac{2\pi}{3}$.

（2）∵当 $x=\frac{\pi}{12}$时，f（x）有最大值 4，∴A=4.

∴$4=4\sin\left(3\times\frac{\pi}{12}+\phi\right)$，∴$\sin\left(\frac{\pi}{4}+\phi\right)=1$.

即 $\frac{\pi}{4}+\phi=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，得：$\phi=2k\pi+\frac{\pi}{4}$（k∈Z）.

∵0＜φ＜π，∴$\phi=\frac{\pi}{4}$，∴$f(x)=4\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$.

（3）∵$f\left(\frac{2}{3}\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=4\sin\left[3\left(\frac{2\alpha}{3}+\frac{\pi}{12}\right)+\frac{\pi}{4}\right]=4\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=4\cos2\alpha=\frac{12}{5}$，

∴$\cos2\alpha=\frac{3}{5}$，$\sin2\alpha=\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\pm\frac{4}{5}$，$\tan2\alpha=\frac{\sin2\alpha}{\cos2\alpha}=\pm\frac{4}{3}$

18. （本小题满分 9 分）

已知 $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{10}$，$x\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$.

（1）求 sinx 的值

（2）求 $\cos(2x-\frac{\pi}{3})$的值

【答案】：（1）$\frac{4}{5}$；（2）$-\frac{7+24\sqrt{3}}{50}$

【考点】：两角和与差的正弦函数；同角三角函数间的基本关系

【解析】：（1） ∵cos（x - $\frac{\pi}{4}$）=$\frac{\sqrt{2}}{10}$，

∴$\frac{\sqrt{2}}{2}$（sinx+cosx）=$\frac{\sqrt{2}}{10}$

∴sinx+cosx=$\frac{1}{5}$，得 cosx=$\frac{1}{5}$ - sinx，

代入 $\sin^2x+\cos^2x=1$ 解得 sinx=$\frac{4}{5}$

（2） ∵x∈（$\frac{\pi}{2}$，$\frac{3\pi}{4}$）

$$\therefore \cos x=-\sqrt{1-\sin^2 x}=-\sqrt{1-(\frac{4}{5})^2}=-\frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin 2x=2\sin x\cos x=-\frac{24}{25}$$

$$\cos 2x=2\cos^2 x-1=-\frac{7}{25}$$

$$\cos(2x-\frac{\pi}{3})=\cos x\cos\frac{\pi}{3}+\sin x\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{7}{25}\times\frac{1}{2}+(-\frac{24}{25})\times\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{7+24\sqrt{3}}{50}$$

19.（本小题满分 9 分）

设 $0<\alpha<\pi<\beta<2\pi$,

向量 $\vec{a}=(1,-2),\vec{b}=(2\cos\alpha,\sin\alpha),\vec{c}=(\sin\beta,2\cos\beta),\vec{d}=(\cos\beta,-2\sin\beta)$

（1）若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，求 α

（2）若 $\left|\vec{c}+\vec{d}\right|=\sqrt{3}$，求 $\sin\beta+\cos\beta$ 的值

（3）若 $\tan\alpha\tan\beta=4$, 求证：$\vec{b}\,//\,\vec{c}$

【答案】： $\frac{\pi}{4}$；$-\frac{\sqrt{15}}{3}$，**略**

【考点】：平面向量综合应用

【解析】：（1） $\vec{a}\perp\vec{b}\Rightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Rightarrow 2\cos\alpha-2\sin\alpha=0\Rightarrow\tan\alpha=1$

$$0<\alpha<\pi\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{4}$$

(2) $\left|\vec{c}+\vec{d}\right|=\sqrt{3}\Rightarrow\left|\vec{c}+\vec{d}\right|^2=3\Rightarrow(\sin\beta+\cos\beta)^2+(2\cos\beta-2\sin\beta)^2=3$

$\sin^2\beta+2\sin\beta\cos\beta+\cos^2\beta+4\cos^2\beta-8\sin\beta\cos\beta+4\sin^2\beta=3$

$5-6\sin\beta\cos\beta=3\Rightarrow\sin\beta\cos\beta=\frac{1}{3}$

$(\sin\beta+\cos\beta)^2=\sin^2\beta+2\sin\beta\cos\beta+\cos^2\beta=\frac{5}{3}$

$\pi<\beta<2\pi\Rightarrow\sin\beta+\cos\beta=-\frac{\sqrt{15}}{3}$

(3) $\tan\alpha\tan\beta=4\Rightarrow\sin\alpha\sin\beta=4\cos\alpha\cos\beta\Rightarrow\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha}=\frac{2\cos\beta}{\sin\beta}$

$\therefore\vec{b}\,//\,\vec{c}$

20. （本小题满分 9 分）

已知函数 f（x）=sinx+cosx.

（1）若f（x）=2f（﹣x），求$\frac{\cos^2x-\sin x\cos x}{1+\sin^2x}$的值；

（2）求函数 F（x）=f（x）•f（﹣x）+f^2（x）的最大值和单调递增区间.

【答案】：$\frac{6}{11}$；$\sqrt{2}+1$；$\left[-\frac{3}{8}\pi+k\pi,\frac{\pi}{8}+k\pi\right](k\in Z)$

【考点】：三角函数的恒等变换及化简求值；复合三角函数的单调性

【解析】：（1）∵f（x）=sinx+cosx，∴f（﹣x）=cosx﹣sinx

又∵f（x）=2f（﹣x），

∴sinx+cosx=2（cosx﹣sinx）且 cosx≠0

$\Rightarrow\tan x=\frac{1}{3}$

$\therefore\frac{\cos^2x-\sin x\cos x}{1+\sin^2x}=\frac{\cos^2x-\sin x\cos x}{2\sin^2x+\cos^2x}=\frac{1-\tan x}{2\tan^2x+1}=\frac{6}{11}$；

（2）由题知 F（x）=cos2x－sin2x+1+2sinxcosx⇒

F（x）=cos2x+sin2x+1

$\Rightarrow F(x)=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+1$

∴当 $\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=1$ 时，$F(x)_{max}=\sqrt{2}+1$；

由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$ 解得，

单调递增区间为 $\left[-\frac{3\pi}{8}+k\pi,\ \frac{\pi}{8}+k\pi\right]\ (k\in Z)$.