2015-2016 学年第一学期教学质量检测

福田区九年级数学试卷

说明：本试卷考试时间 90 分钟，满分 100 分，请在答题卷上作答，在试卷上答题无效

第一部分：选择题

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分，每小题给出 4 个选项，只有一个是正确的）

1. $\sin 30°$的值是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. 1　　D. $\sqrt{3}$

2. 已知反比例函数$y=\frac{6}{x}$，下列各点不在该函数图像上的是（　　）

A. $(2,3)$　　B. $(-2,-3)$　　C. $(2,-3)$　　D. $(1,6)$

3. 一元二次方程$x^2-x-2=0$的解是（　　）

A. $x_1=-1$, $x_2=-2$　　B. $x_1=1$, $x_2=-2$

C. $x_1=1$, $x_2=2$　　D. $x_1=-1$, $x_2=2$

4. 如下图，四个几何体中，主视图与俯视图不同的共有（　　）

圆柱　　圆锥　　球　　正方体

A.1 个　　B.2 个　　C.3 个　　D.4 个

5. 抛物线$y=2(x-1)^2+1$的顶点坐标是（　　）

A. $(-1,-1)$　　B. $(-1,1)$　　C. $(1,1)$　　D. $(1,-1)$

6. 口袋里有除颜色不同外其它都相同的红、蓝、白三种颜色的小球 30 个，摸到红球的概率是$\frac{1}{2}$，摸到篮球的概率是$\frac{1}{3}$，则袋子里有白球（　　）个

A.15　　B.10　　C.5　　D.6

7. 华为手机营销按批量投入市场，第一次投放 20000 台，第三次投放 80000 台，每次按照相同的增长率投放，设增长率为 x，则可列方程（　　）

A. $20000(1+x)^2=80000$　　　　B. $20000(1+x)+20000(1+x)^2=80000$

C. $20000(1+x^2)=80000$　　　　D. $20000+20000(1+x)+20000(1+x)^2=80000$

8.如图，某汽车在路面上朝正东方向匀速行驶，在 A 处观测到楼 H 在北偏东 60°方向上，行驶 1 小时后到达 B 处，此时观测到楼 H 在北偏东 30°方向上，那么该车行驶（　　）分钟可使汽车到达离高楼 H 的距离最近的位置.

A.60　　　B.30　　　C.15　　　D.45

9.如图 ,在△ABC 中 ,D 、E 分别是线段 AB、AC 的中点 ,则△ABC 与△ADE 的面积之比为(　　)

A. $1:2$　　　B. $1:4$　　　C. $4:1$　　　D. $2:1$

10.身高 1.8 米的人在阳光下的影长是 1.2 米，同一时刻一根旗杆的影长是 6 米，则它的高度是（　　）

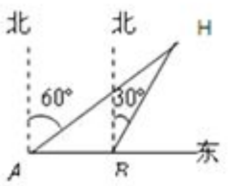
A.10 米　　　B.9 米　　　C.8 米　　　D.10.8 米

11.如图，直线 $y=1$ 与抛物线 $y=x^2-2x$ 相交于点 M 、N 两点，则 M 、N 两点的横坐标是下列哪个方程的解？（　　）

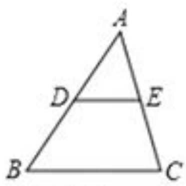
A. $x^2-2x+1=0$　　B. $x^2-2x-1=0$　　C. $x^2-2x-2=0$　　D. $x^2-2x+2=0$

12.如图，点 A、B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像上，过点 A、B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 M、N,射线 AB 交 x 轴于点 C,若 OM=MN=NC,四边形 AMNB 的面积为 3 ,则 k 的值为(　　)

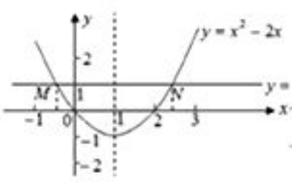
A.2　　　B.4　　　C.-2　　　D.-4



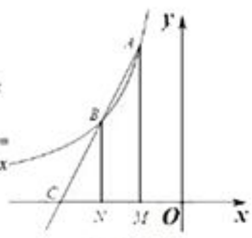
第 8 题图



第 9 题图



第 11 题图



第 12 题图

第二部分：非选择题

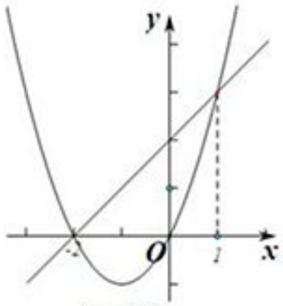
二、填空题（本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

13. 二次函数 $y=ax^2-2ax+3$ 的对称轴是 $x=$__________.

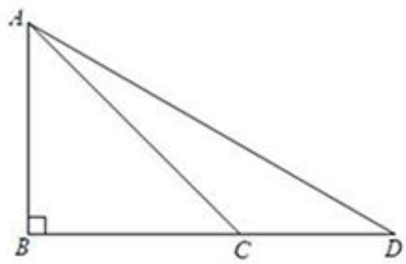
14. 已知菱形的两条对角线长分别为 10 和 24，则菱形的边长为__________.

15. 二次函数 $y_1=ax^2+bx+c$ 图象与一次函数 $y_2=kx+b$ 的图象如图所示.当 $y_2>y_1$ 时，根据图象写出 x 的取值范围__________.

16. 如图,在直角△ABC 中，∠B=90°，∠ACB=45°，∠D=30°，B、C、D 在同一直线上，连接 AD,若 AB=$\sqrt{3}$，则 $\sin\angle CAD=$ __________.



第 15 题图



第 16 题图

三、解答题（本题共 7 小题，其中第 17 小题 5 分，第 18 小题 6 分，第 19 小题 7 分，第 20 小题 8 分，第 21 小题 8 分，第 22 小题 9 分，第 23 小题 9 分，共 52 分）

17. （本题 5 分）计算：$2\cos 60°-\sin^2 45°+(-\tan 45°)^{2016}$

18. （本题 6 分）解方程：$2(x+1)^2=x+1$

19.(本小题 7 分)小鹏和小娟玩一种游戏：小鹏手里有三张扑克牌分别是 3,4,5，小娟手里有两张扑克牌 6,7，现二人各自把自己的牌洗匀，小鹏从小娟的牌中任意抽取一张，小娟从小鹏的牌中任意抽取一张，计算两张数字之和.如果和为奇数，则小鹏胜；如果和为偶数，则小娟胜.

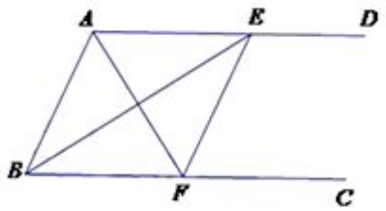
（1）用列表或画树状图的方法，列出小鹏和小娟抽得的数字之和所有可能的情况；（4 分）

（2）请判断该游戏对双方是否公平？并说明理由. （3 分）

20. (本小题 8 分)如图，AD∥BC,AF 平分∠BAD 交 BC 于点 F, BE 平分∠ABC 交 AD 于点 E.

求证：（1）△ABF 是等腰三角形；（4 分）

（2）四边形 ABFE 是菱形.（4 分）



21.(本题 8 分)某商场一种商品的进价为每件 30 元，售价为每件 40 元. 每天可以销售 48 件，为尽快减少库存，商场决定降价促销.

（1）若商品连续两次下调相同百分率后售价降至每件 32.4 元，求两次下降的百分率；（3 分）

（2）经调查，若该商品每降价 0.5 元，每天可多销售 4 件，那么每天要想获得 510 元的利润，每件应降价多少元？（3 分）

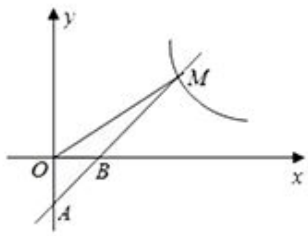
（3）在（2）的条件下，每件商品的售价为多少元时，每天可获得最大利润？最大利润是多少元？（2分）

22.(本题 9 分) 如图，一次函数 $y=k_1x-1$ 的图像经过点 A(0，-1)、点 B(1，0)两点，与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图像在第一象限内的交点为 M，若△OBM 的面积为 1.

(1)求一次函数和反比例函数的表达式；(3 分)

(2)在 x 轴上是否存在点 P，使 $AM\perp PM$?若存在求点 P 的坐标，若不存在说明理由；(3 分)

(3) 在 x 轴上是否存在点 Q，使△QBM∽△OAM?若存在求 Q 坐标，若不存在说明理由.(3 分)

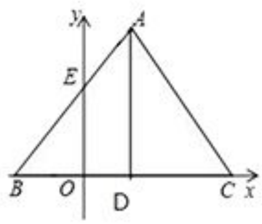


23.(本题 9 分)已知△ABC 是边长为 4 的等边三角形，BC 在 x 轴上，点 D 为 BC 的中点，点 A 在第一象限内，AB 与 y 轴的正半轴相交于点 E，已知点 B(-1，0)，

(1)点 A 的坐标：__________，点 E 的坐标：__________；(2分)

(2)若二次函数 $y=-\frac{6\sqrt{3}}{7}x^2+bx+c$ 过点 A、E，求次二次函数的表达式；(3 分)

(3)若 P 是 AC 上的一个动点(P 与点 A、C 不重合)，连接 PB、PD，设 L 为△PBD 的周长，当 L 取最小 值时，求点 P 的坐标及 L 的最小值，并判断此时点 P 是否在(2)中所求的抛物线上，请充分说明你的判断理由.(4 分)



2015-2016 学年第一学期教学质量检测

福田区九年级数学试卷答案解析

一、选择题

1【考点】正弦定义、特殊角三角函数值的记忆.

【解答】在 30°角直角△中，三边之比为 $1:\sqrt{3}:2$ ，所以 30°角的正弦值为 $\frac{1}{2}$

故答案选 A

2【考点】点与反比例函数图象的位置关系

【解答】看某点是否在某函数图象上，只需要将该点的坐标代入函数解析式，看左右两边是否相等，若相等，则点在图象上；若不相等，则点不在图象上.

故选择 C

3【考点】解一元二次方程 .

【解答】一元二次方程的方法灵活选择，本题选用十字相乘法，即可以得到该题的正确答案。

故选择 D .

4【考点】立体图形三视图的认知 .

【解答】圆柱主视图是矩形，俯视图是圆；圆锥主视图是三角形，俯视图是圆；球的主视图和俯视图都是圆；正方体的主视图和俯视图都是正方形。

故选择 B .

5【考点】抛物线顶点式的认知 .

【解答】熟悉掌握抛物线的顶点式 $y=a(x-h)^2+k\ (a\neq 0)$ ，注意括号里面一定是减号连接的其中顶点坐标为 (h,k) ，所以本题顶点坐标为 $(1,1)$.

故选择 C .

6【考点】概率计算问题．

【解答】总数乘以概率等于某颜色球的数量，红球的数量为 15 个，蓝球的数量为 10 个，所以白球的数量为 30-15-10=5（个）

故选择 C．

7【考点】一元二次方程应用题之增长率问题．

【解答】注意平均增长率问题的表示方式，第一次投放 20000 台，第二次投放 $20000(1+x)$ 台，第三次投放 $20000(1+x)^2$ 台，于是得到方程 $20000(1+x)^2=80000$ ．

故选择 A．

8【考点】三角函数、构造直角三角形、点到直线最短距离

【解答】过点 H 作 HC⊥AB 于点 C,则易知 $\angle HBC=60°,\angle BHC=30°$,得到 BH=2BC,

因为 $\angle HAB=90°-60°=30°$,所以 $\angle AHB=\angle HBC-\angle HAB=60°-30°=30°$,于是得到

$\angle HAB=\angle BHA=30°$ ，从而 AB=BH=2BC,故走 AB 的时间是走 BC 时间的 2 倍，即走完 BC 的时间是 $\frac{1}{2}\times 60=30$（分钟）

故选择 B.

9【考点】中位线、相似三角形的性质．

【解答】由 D 、E 分别是线段 AB、AC 的中点得到 DE 是△ABC 的中位线，所以 AB=2AD,

易知△ABC∽△ADE，所以 $S_{\triangle ABC}:S_{\triangle ADE}=(AB:AD)^2=4:1$

故选择 C.

10【考点】相似三角形应用之测量高度．

【解答】同一时刻同一地点物体的高度与影长之比为定值，设旗杆的高度为 x 米，则可列比例式得：$x:6=1.8:1.2$ ，解得：$x=9$

故选择 B．

11【考点】函数图像交点问题．

【解答】解决函数图像交点问题的方法是联立方程组$\begin{cases} y=1 \\ y=x^2-2x \end{cases}$，得到$x^2-2x=1$，化简

整理得：$x^2-2x-1=0$.

故选择 B．

12【考点】梯形、反比例函数．

【解答】用梯形面积公式得到方程，从而解出k的值.由 OM=MN=NC 可设$M(a,o)$ 、

$N(2a,0)$

则$B(2a,\frac{k}{2a})$、 $A(a,\frac{k}{a})$，于是得到$BN=\left|\frac{k}{2a}\right|=\frac{k}{2a}$，$AM=\left|\frac{k}{a}\right|=\frac{k}{a}$，$MN=|a|=-a$，因为梯

形的面积为 3，所以$\frac{1}{2}(\mathrm{BN}+\mathrm{AM})\cdot\mathrm{NM}=3$,即$\frac{1}{2}(\frac{k}{2a}+\frac{k}{a})(-a)=3$，解得：$k=-4$.

故选择 D．

二、填空题

13【考点】二次函数对称轴求法．

【解答】直接采用公式法，二次函数对称轴$x=-\frac{b}{2a}$，所以该函数对称轴为$x=-\frac{-2a}{2a}=1$

故答案为1 ．

14【考点】菱形性质、勾股定理．

【解答】菱形两对角线的一半与边长构成一个直角三角形，由勾股定理得到菱形的边长为

边长为$\sqrt{(\frac{10}{2})^2+(\frac{24}{2})^2}=13$

故答案为13．

15【考点】直线与抛物线综合、图解不等式．

【解答】根据图像知：函数值越大表示图像在上方，因为$y_2 > y_1$，所以直线在抛物线的上方，

由图形可知满足条件的部分图像，又两个交点的横坐标为-2，1，所以$-2 < x < 1$．

故答案为$-2 < x < 1$．

16【考点】三角函数定义、构造直角三角形、特殊角三角函数值．

【解答】要求某角的三角函数值，先将该角放到直角三角形中，过点C作CE⊥AD于E,

在Rt△ABC中，$\angle ACB = 45°$，$AB = \sqrt{3}$,得到$BC = \sqrt{3}$, $AC = \sqrt{6}$;在Rt△ABD中，$\angle D = 30°$,

$AB = \sqrt{3}$，得到$BD = 3$从而可求出$CD = BD - BC = 3 - \sqrt{3}$;在Rt△CED中，$\angle D = 30°$,可以

求$CE = \dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$;所以$\sin\angle CAD = \dfrac{CE}{AC} = \dfrac{\frac{3-\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$．　故答案为$\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$．

三、解答题

17【考点】特殊角三角函数值、幂的计算．

【解答】解：原式$= 2\times\frac{1}{2} - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (-1)^{2016}$

$= 1 - \frac{1}{2} + 1$

$= \frac{3}{2}$

18【考点】解一元二次方程．

【解答】解：$2(x^2 + 2x + 1) = x + 1$

$2x^2 + 3x + 1 = 0$

$\therefore (x+1)(2x+1) = 0$

$\therefore x + 1 = 0$或$2x + 1 = 0$

$\therefore x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{2}$

19【考点】用列表或画树状图的方法解答游戏概率问题．

【解答】解：(1) 列表如下：

小娟抽的牌 / 小彭抽的牌	3	4	5
6	9	10	11
7	10	11	12

(2) 由上表可得，和为奇数的概率是：$P=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，和为偶数的概率是：$P=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，即双方获胜的概率相等，所以游戏对双方是公平的.

20【考点】几何证明题—特殊三角形和特殊四边形的证明．

【解答】证明：(1) ∵AD∥BC

∴∠FAD=∠BFA

∵AF 平分∠BAD

∴∠FAD=∠FAB

∴∠BFA =∠FAB

∴AB=BF

∴△ABF 是等腰三角形.

(2) 由 (1) 得：AB=BF

同理可证：AB=AE

∴AB=BF=AE

∵AD∥BC

∴BF∥AE

∴四边形 ABFE 是菱形.

21【考点】一元二次方程应用—平均增长率问题，降价销售问题，获取最大利润问题．

【解答】解：(1)设每次降价的百分率为 x，由题意得：

$40(1-x)^2=32.4$

解得 $x=10\%$ 或 190%（190%不符合题意，舍去）.

答：该商品两次下降的百分率是 10%；

(2)设每件商品应降价 y 元，由题意，得 $(40-30-y)(\frac{y}{0.5}\times4+48)=510$

解得：$y_1=1.5,y_2=2.5$

∵要尽快减少库存，$\therefore y_2=2.5$ 符合题意．

答：要使商场每月销售这种商品的利润达到 510 元，且更有利于减少库存，则每件商品应降价 2.5 元．

(3)设每天可获得的利润为 w 元，依题意：

$$\begin{aligned}w&=(40-30-y)(\frac{y}{0.5}\times4+48)\\&=-8y^2+32y+480\\&=-8(y-2)^2+512\end{aligned}$$

∴顶点为$(2,512)$

即当 $y=2$ 时，每天可获得最大利润 512 元

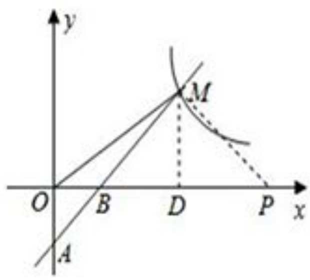
此时售价为：40-2=38 元

答：每件商品的售价为 38 元时，每天可获得最大利润 512 元.

22【考点】求一次函数、反比例函数的解析式，通过垂直和三角形相似求点的存在性

【解答】解：（1）∵直线 $y=k_1x+b$ 过 A（0，-1），B（1，0）两点

$\therefore \begin{cases} b=-1 \\ k_1+b=0 \end{cases}$



$\therefore \begin{cases} b=-1 \\ k_1=1 \end{cases}$

∴ 一次函数的表达式为 y=x-1．

作 MD⊥x 轴于点 D

$\because S_{\triangle OBM}=1$，

∴ $\frac{1}{2}$ OB•MD＝1，

∵ B（1，0）

∴OB=1

∴MD=2,即 M 点的纵坐标是 2

∴将 y=2 代入 y=x-1 得: x=3，

∴M（3，2）

将 M（3，2）代入双曲线 $y=\frac{k_2}{x}$ 得：$k_2=3\times 2=6$

∴ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{6}{x}$．

（2）过点 M（3，2）作 MP⊥AM 交 x 轴于点 P，

∵B（1，0），M（3，2）

∴BD=OD-OB=3-1=2=MD,

∵MD⊥x 轴,

∴∠MBD =∠BMD=45°

∵MP⊥AM

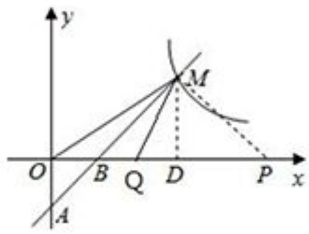
∴∠MPD =∠PMD=45°

∴PD=MD =2

∴OP=OD+PD=3+2=5

∴在 x 轴上存在点 P，使 PM⊥AM，此时点 P 的坐标为（5，0）.

（3）设在x轴上存在点 Q，使△QBM∽△OAM.



∵A（0，-1），B（1，0）

∴OA=OB

∴∠OAM =∠OBA=∠QBM

∴当满足条件$\frac{OA}{BQ}=\frac{AM}{BM}$ 时，可得△QBM∽△OAM

∵A（0，-1），B（1，0），M（3，2）

∴由两点间距离公式得：$AM=\sqrt{(0-3)^2+(-1-2)^2}=3\sqrt{2}$，$BM=\sqrt{(1-3)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{2}$

将$OA=1, AM=3\sqrt{2}, BM=2\sqrt{2}$ 代入$\frac{OA}{BQ}=\frac{AM}{BM}$可得：$BQ=\frac{2}{3}$ ，

∴OQ=OB+BQ=$1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$，

所以在x轴上存在点 Q$(\frac{5}{3},0)$ ，使△QBM∽△OAM.

23【考点】几何函数综合—求二次函数解析式，动点问题之求三角形周长及其最小值 .

【解答】解：（1）A 点的坐标是$(1,2\sqrt{3})$ ，E 的坐标是$(0,\sqrt{3})$

（2）∵二次函数$y=-\frac{6\sqrt{3}}{7}x^2+bx+c$过点 A$(1,2\sqrt{3})$、E$(0,\sqrt{3})$

$\therefore\begin{cases}-\dfrac{6\sqrt{3}}{7}+b+c=2\sqrt{3}\\ c=\sqrt{3}\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}b=\dfrac{13}{7}\sqrt{3}\\ c=\sqrt{3}\end{cases}$

∴抛物线的解析式为 $y=-\dfrac{6\sqrt{3}}{7}x^2+\dfrac{13}{7}\sqrt{3}x+\sqrt{3}$

（3）先作点 D 关于 AC 的对称点 D'，

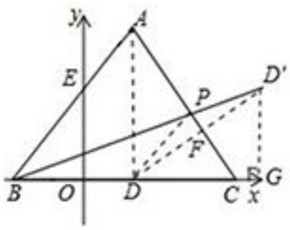
连接 BD'交 AC 于点 P，则此时 PB+PD 取得最小值，

因为 BD=2，即此时△PBD 的周长 L 同样取得最小值．

∵D、D'关于直线 AC 对称，

∴DD'⊥AC，

∴∠D'DC=90°-∠ACB =30°，



∴DF= $DC\cdot\cos30^\circ=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

∴DD'= $2\sqrt{3}$ ，

作 D'G⊥x 轴于点 G，

$\therefore D'G=DD'\cdot\sin30^\circ=2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=\sqrt{3}$ ， $DG=DD'\cdot\cos30^\circ=2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3$

$\therefore OG=OD+DG=1+3=4$

$\therefore D'(4,\sqrt{3})$ ，

∵B（-1，0），$D'(4,\sqrt{3})$

∴直线 BD'的解析式为：$y=\dfrac{\sqrt{3}}{5}x+\dfrac{\sqrt{3}}{5}$

∵A$(1,2\sqrt{3})$，C（3，0），

∴直线 AC 的解析式为：$y=-\sqrt{3}x+3\sqrt{3}$

解方程组$\begin{cases} y=\frac{\sqrt{3}}{5}x+\frac{\sqrt{3}}{5} \\ y=-\sqrt{3}x+3\sqrt{3} \end{cases}$ 得：$\begin{cases} x=\frac{7}{3} \\ y=\frac{2}{3}\sqrt{3} \end{cases}$

∴点 P 的坐标为$(\frac{7}{3},\frac{2}{3}\sqrt{3})$

∵D、D'关于直线 AC 对称，

∴PD=PD'

∴PB+PD=BD'

∵B(-1，0)，$D'(4,\sqrt{3})$

由两点间距离公式得：$BD'=\sqrt{(-1-4)^2+(0-3)^2}=2\sqrt{7}$

所以△PBD 周长 L 的最小值为$2\sqrt{7}+2$ ，此时 P 点的坐标为$(\frac{7}{3},\frac{2}{3}\sqrt{3})$

把$x=\frac{7}{3}$ 代入$y=-\frac{6\sqrt{3}}{7}x^2+\frac{13}{7}\sqrt{3}x+\sqrt{3}$得：$y=\frac{2}{3}\sqrt{3}$ ，

所以此时点 P 在抛物线上．