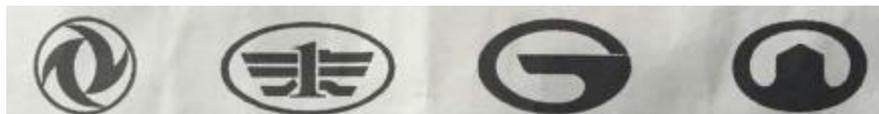


2015-2016 学年第一学期海珠区期末初三统考试卷和答案

(数学科)

一、选择题 (本题共 30 分)

1、下列汽车标志的是中心对称图形的是 ()



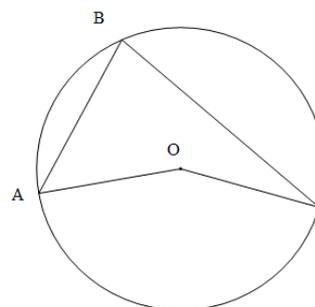
A. B. C. D.

2、下列事件为必然事件的是 ()

- A. 明天一定会下雨 B. 经过有交通信号灯的路口，遇到红灯
 C. 任意买一张电影票，座位号是 2 的倍数 D. 在一个标准大气压下，水加热到 100° 时会沸腾

3、如图，在圆 O 中， $\angle AOC = 160^\circ$ ，则 $\angle ABC = ()$

- A. 20° B. 40° C. 80° D. 160°



4、将抛物线 $y = 4x^2$ 先向右平移 2 个单位，再向下平移 1 个单位，得到的抛物线解析式为

()

- A. $y = 4(x+2)^2 - 1$ B. $y = 4(x-2)^2 - 1$
 C. $y = 4(x+2)^2 + 1$ D. $y = 4(x-2)^2 + 1$

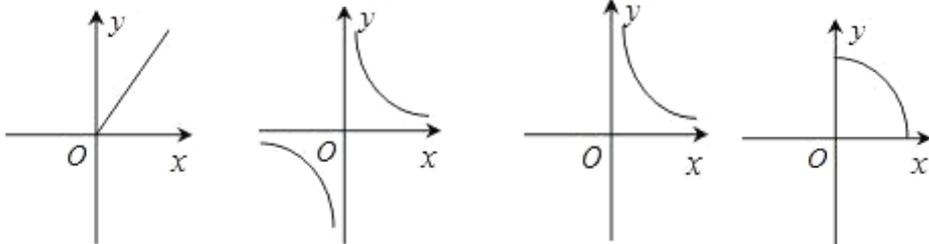
5、关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 - x + a^2 - 1 = 0$ 的一个根是 0，则 a 得值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. 0

6、抛物线 $y = x^2 + kx - 1$ 与 x 轴交点个数为 ()

- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 以上都不对

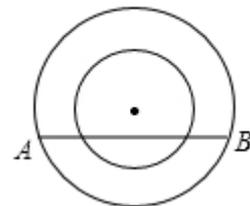
7、一个直角三角形的两直角边长分别为 x 、 y ，其面积为1，则 y 与 x 之间的关系用图像表示大致为()



- A. B. C. D.

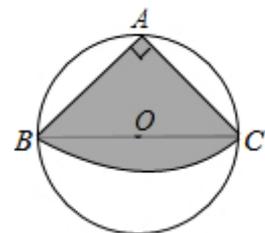
8、如图两个同心圆，大圆的半径为5，小圆的半径为3，若大圆的弦 AB 与小圆有公共点，则弦 AB 的取值范围是()

- A. $8 \leq AB \leq 10$ B. $8 < AB \leq 10$
 C. $4 \leq AB \leq 5$ D. $4 < AB \leq 5$



9、如图，从一块直径 BC 是 $8m$ 的圆形铁皮上剪出一个圆心角为 90° 的扇形，将剪下的扇形围成一个圆锥，则圆锥的高是() m

- A. 4 B. $4\sqrt{2}$ C. $\sqrt{15}$ D. $\sqrt{30}$



10、已知二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图像过 $(0,5)$ 、 $(10,8)$ 两点，若 $a < 0$ ， $0 < h < 10$ ，

则 h 的值可能为()

A. 1

B. 3

C. 5

D. 7

二、填空题(本题共 18 分)

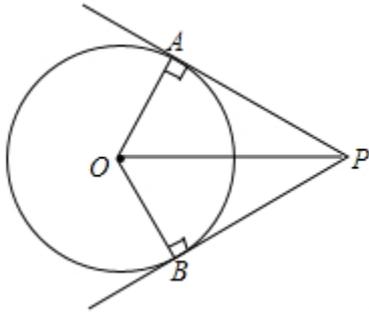
11、平面直角坐标系中, 点 $A(-2, -3)$ 关于原点对称的点 A' 的坐标是_____。

12、若 10 件外观相同的产品中有 1 件不合格, 现从中随机抽取 1 件进行检测, 则抽到不合格产品的概率为_____。

13、已知圆 O 的内接正六边形周长为 12cm , 则圆 O 的面积是_____ cm^2 (结果保留 π)。

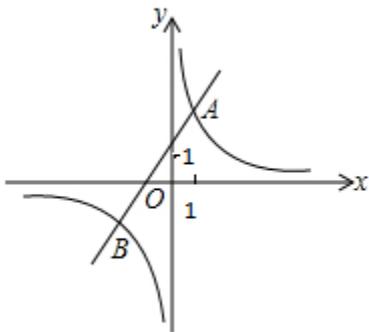
14、两年前生产某种药品的成本是 5000 元, 现在生产这种药品的成本是 3000 元, 设平均每年降价的百分率为 x , 根据题意列出方程是_____。

15、如图 PA 、 PB 是圆 O 的切线, 切点分别是 A 、 B , 若 $\angle AOB = 120^\circ$, $OA = 1$, 则 AP 的长为_____。



16、已知反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 的图像与一次函数 $y_2 = ax + b$ 的图像交于点 $A(1, 4)$ 和点

$B(m, -2)$, 则满足 $y_1 > y_2$ 的自变量 x 的取值范围是_____。



三、解答题。(本题满分 102 分)

17、解下列方程:(本题 10 分)

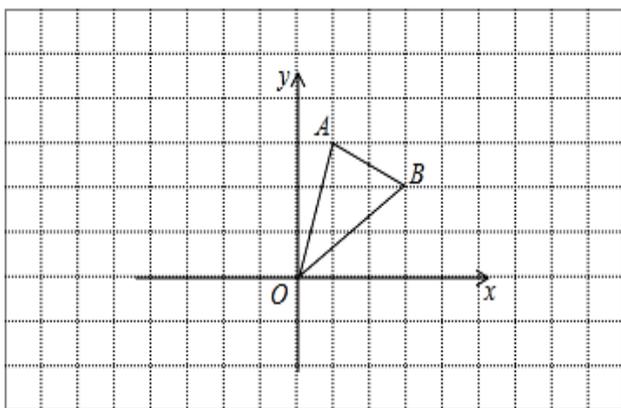
(1) $x^2 - 2x - 3 = 0$

(2) $x(x+4) = 3x+12$

18、(本题 10 分) 如图, $\triangle AOB$ 的三个顶点都在网格的格点上, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度。

(1) 在网格中画出 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后 $\triangle A_1OB_1$ 的图形;

(2) 求旋转过程中边 OB 扫过的面积 (结果保留 π)。



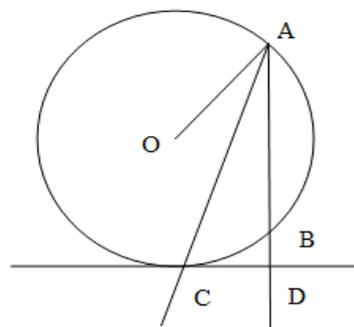
19、(本题 10 分) 在一个布袋中装有 2 个红球和 2 个蓝球, 它们除颜色外其他都相同。

(1) 搅匀后从中摸出一个球记下颜色, 不放回继续再摸出第二个球, 求两次都摸到红球的概率;

(2) 在这 4 个球中加入 x 个同一颜色的红球或蓝球后, 进行如下试验: 搅匀后随机摸出 1 个球记下颜色, 然后放回, 多次重复这个试验, 通过大量重复试验后发现, 抽到红球的频率稳定在 0.80, 请推算加入的是哪种颜色的球以及 x 的值大约是多少?

20、(本题 10 分) 如图, 已知 OA 是圆 O 的半径, 点 B 在圆 O 上, $\angle OAB$ 的平分线 AC 交

圆 O 于点 C ， $CD \perp AB$ 交 AB 于点 D ，求证： CD 是圆 O 的切线。



21、(本题 10 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2mx + m^2 - m = 0$ 有两个实数根 a 、 b ；

(1) 求实数 m 的取值范围；

(2) 求代数式 $a^2 + b^2 - 3ab$ 的最大值。

22、(本题 12 分) 某公司购进一种化工原料若干千克，价格为每千克 30 元，物价部门规定其销售单价每千克不高于 60 元且不低于 30 元，经市场调查发现：日销售量 y (千克) 是销售单价 x (元) 的一次函数，且当 $x = 60$ 时， $y = 80$ ；当 $x = 50$ ， $y = 100$ 。

(1) 求 y 与 x 的函数解析式；

(2) 求该公司销售该原料日获利 w (元) 与销售单价 x (元) 之间的函数解析式；

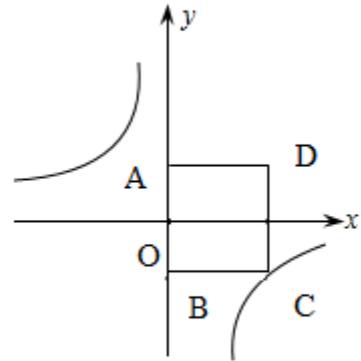
(3) 求当销售单价为多少元时，该公司日获利最大？最大获利是多少元？

23、(本题 12 分)如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 A 在 y 轴正半轴上,点 B 的坐标为 $(0, -3)$,

反比例函数 $y = -\frac{15}{x}$ 的图像经过点 C 。

(1) 求点 C 的坐标;

(2) 若点 P 是反比例函数图像上的一点且 $S_{\triangle PAD} = S_{ABCD}$, 求点 P 的坐标。



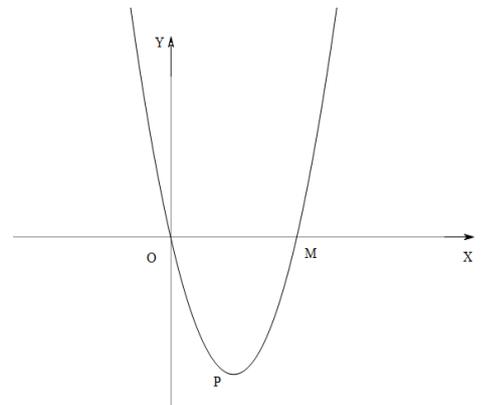
24、(本题 14 分)如图,在平面直角坐标系 xoy 中,抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 与 x 轴交于点 O 、 M , 对称轴为直线 $x = 2$, 以 OM 为直径作圆 A , 以 OM 的长为边长作菱形 $ABCD$,

且点 B 、 C 在第四象限, 点 C 在抛物线对称轴上, 点 D 在 y 轴的负半轴上。

(1) 求证: $4a + b = 0$;

(2) 若圆 A 与线段 AB 的交点为 E , 试判断直线 DE 与圆 A 的位置关系, 并说明你的理由;

(3) 若抛物线顶点 P 在菱形 $ABCD$ 的内部, 且 $\angle OPM$ 为锐角时, 求 a 得取值范围。



25、(本题 14 分)已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像经过点 $A(1,0)$, $B(3,0)$, $C(0,-3)$ 。

(1) 求此二次函数的解析式及顶点 D 的坐标;

(2) 如图①, 经过二次函数抛物线图像上一动点 $P(m,n)$ ($0 < m < 3$) 作 y 轴平行线, 交直

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	B	B	C	C	A	D	D

线 BC 于点 E , 是否存在一点 P , 使线段 PE 的长最大? 若存在, 求出 PE 长的最大值; 若不存在, 请说明理由;

(3) 如图②, 过点 A 作 y 轴的平行线交直线 BC 于点 F , 连接 DA 、 DB 。四边形 $O AFC$ 沿射线 CB 方向运动, 速度每秒 1 个单位长度, 运动时间为 t 秒, 当点 C 与点 B 重合时立即停止运动, 求运动过程中四边形 $O AFC$ 与四边形 $ADBF$ 重叠部分面积 S 的最大值。

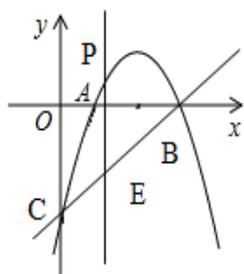


图 1

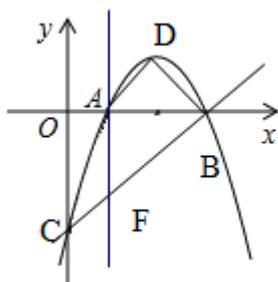
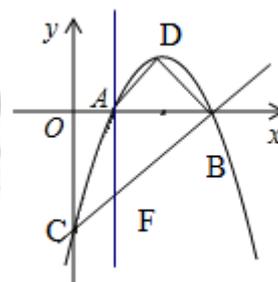


图 2



备用图

参考答案

一、选择题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

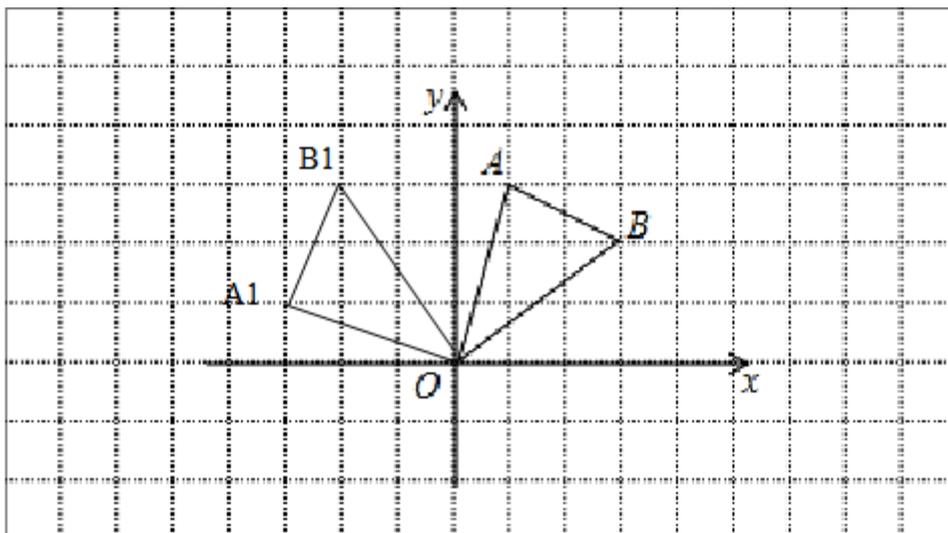
二、填空题 (本大题共有 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (2,3) 12. $\frac{1}{10}$ 13. 4π 14. $5000(1-x)^2 = 3000$

15. $\sqrt{3}$ 16. $x < -2$ 或 $0 < x < 1$

17. (本题 10 分) 解: (1) 解得 $x_1 = -1$ 或 $x_2 = 3$ (2) 解得 $x_1 = 3$ 或 $x_2 = -4$

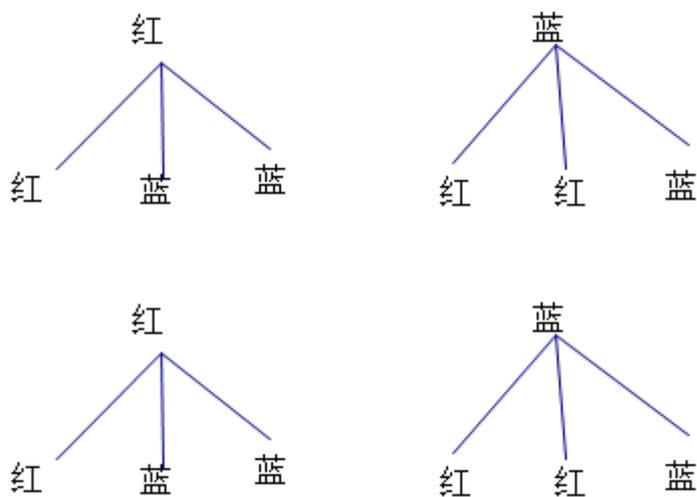
18. (本题 10 分) 解: (1) 如下图所示:



(2) OB 扫过的面积即为扇形的面积，弧长为 OB ，长为 $\sqrt{10}$ ，根据扇形的面积公式， $\frac{n\pi r^2}{360}$

$$\text{得 } S = \frac{5}{2}\pi$$

19. (本题 10 分) 解: (1) 所有的可能性画树状图如下



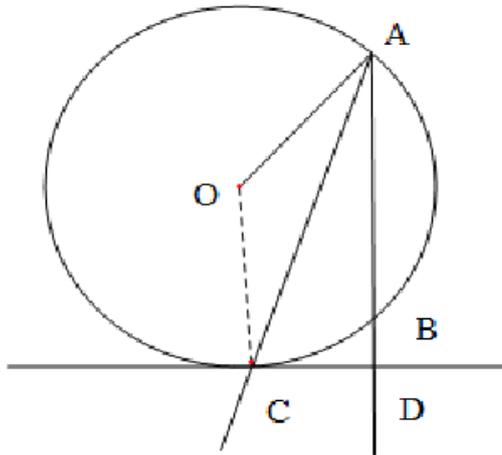
共有 12 种可能。则两次都摸到红球的概率为 $\frac{1}{6}$

(2) 假设是红球，则依题意得: $\frac{2+x}{4+x} = 0.8$ 解得 $x = 6$

假设是蓝球，则 $\frac{2}{4+x} = 0.8$ 解得 $x = -1.5$ (不合题意，舍去)

则加入了 6 个红球，才能使概率为 0.8

20. (本题 10 分) 证明：连接 OC ，如图所示：



$\because AC$ 为 $\angle OAB$ 的平分线， $\therefore \angle OAC = \angle DAC$ ， $\therefore \angle OAC = \angle DAC = \angle OCA$
 $\because CD \perp AB \therefore \angle ADC = 90^\circ$ 则在三角形 ACD 中， $\angle DAC + \angle ACD = 90^\circ$
 $\therefore \angle OCA + \angle ACD = 90^\circ$ ，则 $\angle OCD = 90^\circ$ ，则 $OC \perp CD$ ，则 CD 是圆 O 的切线。

21. (本题 10 分) 解：(1) 依题意得： $\Delta \geq 0$ ，则 $4m^2 - 4(m^2 - m) \geq 0$ ，解得 $m \geq 0$

(2) $a^2 + b^2 - 3ab$ 可以变换为 $(a+b)^2 - 2ab - 3ab$ ，得 $(a+b)^2 - 5ab$ ，根据根与系数的关

系得： $a+b=2m$ ， $ab=m^2-m$ ，则原式 $= (2m)^2 - 5(m^2 - m)$

化为顶点式为 $-(m - \frac{5}{2})^2 + \frac{25}{4}$ ，由(1)得 $m \geq 0$ ，则最大值为 $\frac{25}{4}$ 。

22. (本题 12 分) 解：(1) 设 $y = kx + b$ ，依题意得：

$$\begin{cases} 80 = 60k + b \\ 100 = 50k + b \end{cases} \text{ 解得： } x = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore y = -2x + 200 (30 \leq x \leq 60)$$

$$(2) W = (x - 30)(-2x + 200) = -2(x - 65)^2 + 2450$$

(3) 因为 $30 \leq x \leq 60$ ， \therefore 当 $x = 60$ 时，有最大值，则当销售单价为 60 元时，该公司获利最大，为 2400 元。

23. (本题 12 分) 解：(1) 点 $B(0, -3)$ ，因为 $ABCD$ 为正方形，则 C 得纵坐标为 -3 ，

$\because y = -\frac{15}{x}$ 过点 C ，则当 $y = -3$ 时， $x = 5$ ，则 $C(5, -3)$

(2) 根据题意得： $A(0, 2)$ ， $D(5, 2)$ ， $S_{ABCD} = 25$ ，设点 $P(x, -\frac{15}{x})$ ，

则①假设点 P 在第二象限时, $S_{\triangle PAD} = \frac{1}{2}AD(-\frac{15}{x}-2) = 25$, 则 $P(-\frac{5}{4}, 12)$

②当点 P 在第四象限时, $S_{\triangle PAD} = \frac{1}{2}AD(2+\frac{15}{x}) = 25$, 则 $P(\frac{15}{8}, -8)$

综上, $P(-\frac{5}{4}, 12)$ 或 $P(\frac{15}{8}, -8)$

24. (本题 14 分) 解: (1) 证明: 依题意得: $M(4, 0)$, 则当 $x = 4$ 时, $16a + 4b = 0$,

则 $4a + b = 0$

作图如下所示:

(2) DE 与圆 A 相切。

AC 、 BD 交于点 N

$\because C$ 、 N 均在抛物线的对称轴上

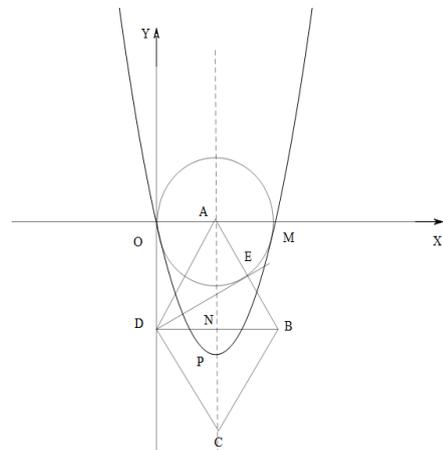
$\therefore DN = OA$ 又 \because 圆 A 以 OM 为直径且 $OM = 4$

$\therefore OA = 2 \therefore DN = BN = 2 \therefore DB = 4$

$\therefore \triangle ADB$ 与 $\triangle DCB$ 为等边三角形

又 \because 圆 A 与线段 AB 交于点 E , $\therefore E$ 为 AB 的中点

$\therefore DE$ 为 $\triangle DAB$ 的中线 $\therefore DE$ 为 $\triangle DAB$ 的高线,
则 $\angle DEA = 90^\circ$, 则 $DE \perp AE$, $\therefore DE$ 与圆 A 相切。



(3) 设 $P(2, m)$, 依题意得当 $\angle OPM = 90^\circ$ 时, $AP = OA = AM = 2$

即 $m = -2$, 若要使 $\angle OPM$ 为锐角, 则 $m < -2$

将 $P(2, m)$ 代入抛物线解析式 $y = ax^2 + bx$ 中,

得 $4a + 2b = m$, 由 (1) 得 $4a + b = 0$

$\therefore m = 4a - 8a = -4a < -2$

$\therefore a > \frac{1}{2}$

又 $\because P$ 在菱形 $ABCD$ 内部, 且 $AC = 2AN = 2\sqrt{3}BN = 4\sqrt{3}$

$\therefore m = -4a > -4\sqrt{3}$, 即 $a < \sqrt{3}$

综上所述, 当 $\frac{1}{2} < a < \sqrt{3}$ 时, $\angle OPM$ 为锐角。

25.解: (1) 将 $A(1,0)$, $B(3,0)$, $C(0,-3)$ 代入 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 得:

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ c=-3 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=-3 \end{cases} \quad \text{则 } y = -x^2 + 4x - 3$$

\therefore 二次函数对称轴为: $x = -\frac{b}{2a} = 2$

将 $x=2$ 代入 $y = -x^2 + 4x - 3$ 中, 得 $y=1$

$\therefore D(2,1)$

(2) 存在。设直线 BE 的解析式为 $y = kx + b$

将 $B(3,0)$, $C(0,-3)$ 代入上式, 得:

$$\begin{cases} 3k+b=0 \\ b=-3 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} k=1 \\ b=-3 \end{cases}, \quad \text{则 } y = x - 3$$

$\therefore PE$ 在同一直线上, 且 $P(m,n)$, 点 E 在直线 BC 上,

\therefore 设 $E(m, m-3)$,

$\therefore P$ 在抛物线上, $\therefore P(m, -m^2 + 4m - 3)$

$\therefore PE = -m^2 + 4m - 3 - m + 3 = -m^2 + 3m$

$$\therefore PE_{(m=\frac{3}{2})} = -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} = \frac{9}{4}$$

(3) 由题意得: $A(1,0)$, $B(3,0)$, $C(0,-3)$, $D(2,1)$

$\therefore y_{AD} = x - 1$, $y_{BC} = x - 3$

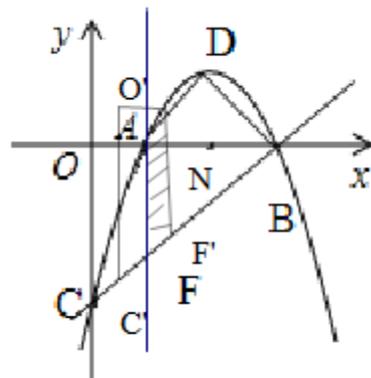
$\therefore AD \parallel BC$ 且与 X 轴正半轴夹角为 45°

$\therefore AF \parallel y$ 轴, 且 F 在 BC 直线上

$\therefore F(1,-2)$ $AF = 2$

① 当 $0 \leq t \leq \sqrt{2}$, 如图, $O'A'C'F'$ 与 $ADBF$ 重叠部分为平行四边形 $A'AF'F'$, 设 $A'F'$ 与 x 轴交于点 N ,

则 $AN = A'N = \frac{\sqrt{2}}{2} AA' = \frac{\sqrt{2}}{2} t$



$\therefore S = S_{A'AF'F} = AF \times AN = \sqrt{2}t$ ，则大值为当 $t = \sqrt{2}$ 时，为 2。

② 当 $\sqrt{2} < t \leq 2\sqrt{2}$ 时，如图，设 $O'C'$ 交 AD 于 P ，

$A'F'$ 交 BD 于 Q ，则 $PC'F'A'$ 为平行四边形，

$\Delta A'DQ$ 为等腰三角形，

$$\therefore S = S_{PC'F'A'} - S_{A'DQ} = 2 \times 1 - \frac{1}{2} \times (t - \sqrt{2})^2 = -\frac{t^2}{2} + \sqrt{2}t + 1$$

当 $t = \sqrt{2}$ 时，取得最大，又 $\because \sqrt{2} < t \leq 2\sqrt{2}$ ， $\therefore 2 < S \leq 1$

③ 当 $2\sqrt{2} < t \leq 3\sqrt{2}$ ，如图所示：

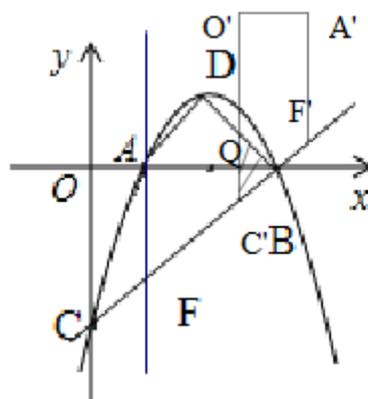
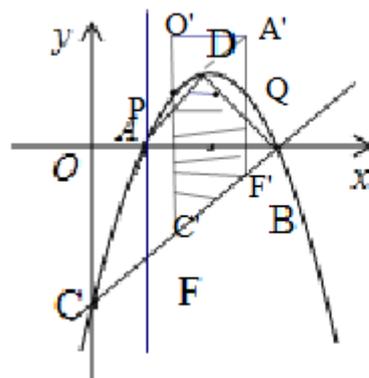
$O'C'$ 与 BD 交于点 Q ，则 $\Delta BC'Q$ 为等腰直角三角形。

$$\because BC = 3\sqrt{2}, CC' = t, \therefore BC' = 3\sqrt{2} - t.$$

$$\therefore S = S_{\Delta BC'Q} = \frac{1}{2}t^2 - 3\sqrt{2}t + 9 = \frac{1}{2}(t - 3\sqrt{2})^2$$

$$\because 2\sqrt{2} < t \leq 3\sqrt{2}, \therefore 1 < S \leq 0$$

综上， $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ ，最大值为 2。



2016.1 广州市海珠区九年级数学上学期期末区统考试卷评论

今年海珠区期末数学统考总体而言题型新颖，计算量较大，与往年相比难度有所提高。

基础题部分难度适中，认真做问题不大。解答题第 22、23 题分别考察了一次函数和反比例函数，对学生相应知识点的运用有较高的要求。

压轴题部分重点考察二次函数，第 24 题包含了圆与线的关系，全等三角形，二次函数等知识点，题型新颖，综合性较强；第 25 题前两问考察学生对二次函数的基本运用，最后一问考察了分类讨论思想，对学生计算能力和思维，画图能力有很高的要求。