# 河西区 2015-2016 学年度第一学期高一年级

# 期末形成性质量调查

# 数学试卷（答案及考点解析）

一、选择题：共 8 题，每小题 3 分，共 24 分。

1. 已知向量 $a=(2,4),b=(-1,1)$，则 $2a-b=$

$A.(5,7)$　　　$B.(5,9)$　　　$C(3,7)$　　　$D.(3,9)$

【答案】：$A$

【考点】：向量加减运算

【解析】：$2a=(4,8)$ 则 $2a-b=(5,7)$

2. 如果 $\sin\alpha>0$ 且 $\cos<0$，那么 $\alpha$ 是

$A$. 第一象限角　　$B$. 第二象限角　　$C$. 第三象限角　　$D$. 第四象限角

【答案】：$B$

【考点】：正余弦在每一象限的正负值

【解析】：$\sin\alpha>0,\alpha$ 为一二象限，$\cos\alpha<0,\alpha$ 为二三象限，所以为第二象限

3. 给出下列命题：（1）. 小于 $\dfrac{\pi}{2}$ 的角是锐角　（2）. 第二象限角是钝角（3）. 终边相同的角相等　（4）. 若 $\alpha$ 与 $\beta$ 有相同的终边，则必有 $\alpha-\beta=2k\pi(k\in Z)$，正确的个数是

$A$. 0　　　$B$. 1　　　$C$. 2　　　$D$. 3

【答案】：$B$

【考点】：各种角的定义

【解析】：锐角的范围是 $(0,90^\circ)$，钝角的范围是 $(90^\circ,180^\circ)$ 所以（1）（2）　错，终边相同的角相差 $2k\pi$，反之也成立，所以（3）错（4）对

4. 已知向量 $\vec{a}=(1,\sqrt{3})$，$\vec{b}=(3,\ m)$，若 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{6}$，则实数 $m=$（　）

$A.0$　　　$B.2\sqrt{3}$　　　$C.\sqrt{3}$　　　$D.-\sqrt{3}$

【答案】：C

【考点】：平面向量数量积的应用

【解析】：由题意可知 $\vec{a}\cdot\vec{b}=3+\sqrt{3}m$，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=\sqrt{9+m^2}$，由夹角可得

$\cos\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$，即 $\dfrac{3+\sqrt{3}m}{2\sqrt{9+m^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $m=\sqrt{3}$，故选 C

5. 将函数 $y=\sin x$ 的图像向左平移 $\varphi(0\le\varphi\le 2\pi)$ 个单位后，得到函数 $y=\sin(x-\dfrac{\pi}{6})$ 的图像，则 $\varphi=$（　）

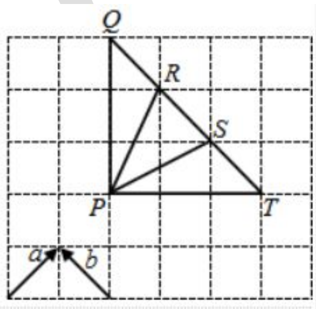
$A.\dfrac{\pi}{6}$　　　　$B.\dfrac{5\pi}{6}$　　　　$C.\dfrac{7\pi}{6}$　　　　$D.\dfrac{11\pi}{6}$

【答案】：D

【考点】：三角函数的图像变换与诱导公式

【解析】：将原函数想左平移之后可得 $y=\sin(x+\varphi)$，由题意可得它与 $y=\sin(x-\dfrac{\pi}{6})$ 是同一个函数，有 $\sin(x+\varphi)=\sin(x-\dfrac{\pi}{6})$ 恒成立，即 $x+\varphi$，$x-\dfrac{\pi}{6}$ 相差整数个周期，即 $(x+\varphi)-(x-\dfrac{\pi}{6})=2k\pi$，即 $\varphi+\dfrac{\pi}{6}=2k\pi$，由于 $0\le\varphi\le 2\pi$，故解得 $\varphi=\dfrac{11\pi}{6}$，选 D

6. 如图所示，下列结论正确的是（　）




① $\overline{PQ}=\dfrac{3}{2}\vec{a}+\dfrac{3}{2}\vec{b}$

② $\overline{PT}=-\dfrac{3}{2}\vec{a}-\dfrac{3}{2}\vec{b}$

③ $\overline{PS}=\dfrac{3}{2}\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}$

④ $\overline{PR}=\dfrac{3}{2}\vec{a}+\vec{b}$

$A.$①②　　　　$B.$③④　　　　$C.$①③　　　　$D.$②④

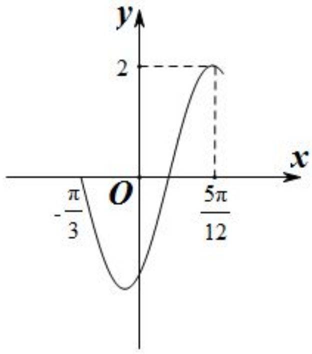
【答案】：C

【考点】：平面向量基本定理

【解析】：设水平向右的单位向量 $\vec{m}=\dfrac{1}{2}\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}$，竖直向上的单位向量 $\vec{n}=\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}$，则 $\overline{PQ}=3\vec{n}=\dfrac{3}{2}\vec{a}+\dfrac{3}{2}\vec{b}$，$\overline{PT}=3\vec{m}=\dfrac{3}{2}\vec{a}-\dfrac{3}{2}\vec{b}$，$\overline{PS}=2\vec{m}+\vec{n}=\dfrac{3}{2}\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}$，$\overline{PR}=\vec{m}+2\vec{n}=\dfrac{3}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}$，故选 C

7. 函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图像如图所示，则 $\omega$，$\varphi$ 的值

$A$. 2. $-\frac{\pi}{3}$  $B$. 2. $-\frac{\pi}{6}$  $C$. 4. $-\frac{\pi}{6}$  $D$. 4. $\frac{\pi}{3}$




【答案】：$A$

【考点】：正弦型函数的图像

【解析】：从$-\frac{\pi}{3}$到$\frac{5\pi}{12}$为$\frac{3}{4}$个周期，可求出$T=\pi=\frac{2\pi}{\omega}$，可得$\omega=2$，带入最高点可得$2\sin\left(\frac{5\pi}{6}+\varphi\right)=2$，既$\varphi=-\frac{\pi}{3}$

8. $a=\sin 33°, b=\cos 55°, c=\tan 35°$ 则

$A$. $a>b>c$  $B$. $b>c>a$  $C$. $c>b>a$  $D$. $c>a>b$

【答案】：$C$

【考点】：各种角的定义

【解析】：$\cos 55°=\sin 35°>\sin 33°$ 而同锐角正切大于正弦，故 $c>b>a$

二、填空题：共 6 小题，每题 4 分，共 24 分。

9. 函数 $y=\sqrt{\cos-\frac{1}{2}}$ 的定义域为________________。

【答案】：$\left[2k\pi-\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{\pi}{3}\right]$，$k\in Z$

【考点】：余弦值求角

【解析】：$\cos\varphi\geq\frac{1}{2}$，所以$\varphi\in\left[2k\pi-\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{\pi}{3}\right]$，不要忽略了 $k\in Z$

10. 设 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$，向量 $\vec{a}=(\sin 2\theta,\cos\theta), \vec{b}=(\cos\theta,1)$，若 $\vec{a}\parallel\vec{b}$，则 $\tan\theta=$_______

【答案】：$\frac{1}{2}$

【考点】：平面向量及其应用

【解析】：∵$\vec{a}\parallel\vec{b}$，向量$\vec{a}$=（sin2θ，cosθ），$\vec{b}$=（cosθ，1），

∴sin2θ－cos2θ=0，

∴2sinθcosθ=cos2θ，

∵0＜θ＜$\frac{\pi}{2}$，∴cosθ≠0.

∴2tanθ=1，

∴tanθ=$\frac{1}{2}$.

11. 扇形 AOB 的周长为 8cm，若这个扇形的面积为 $3cm^2$，则圆心角的大小为________

【答案】：$6或\frac{2}{3}$

【考点】：扇形面积公式

【解析】：设扇形的弧长为：l，半径为 r，所以 2r+l=8，

因为 S 扇形=$\frac{1}{2}$lr=3，

所以解得：r=1，l=6 或者 r=3，l=2

所以扇形的圆心角的弧度数是：6 或者$\frac{2}{3}$.

12. 已知 $f(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)(x\in R)$, 函数 $y=f(x+\varphi)\left(|\varphi|\le\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象关于直线 x=0 对称，

则 $\varphi$ 的值为__________

【答案】：$\frac{\pi}{6}$

【考点】：正弦函数图象的性质

【解析】：∵f（x）=2sin（x+$\frac{\pi}{3}$）（x∈R），

∴函数 y=f（x+φ）=2sin（x+φ+$\frac{\pi}{3}$），

∵函数 y=f（x+φ）的图象关于直线 x=0 对称，

∴φ+$\frac{\pi}{3}$=$\frac{\pi}{2}$+kπ，

即 φ=$\frac{\pi}{6}$+kπ，k∈Z，

当 k=0 时，φ=$\frac{\pi}{6}$。

13. 在等腰梯形 ABCD 中，已知 AB∥CD，AB=2，BC=1，∠ABC=60°，点 E 和点 F 分别在线段 BC 和 CD 上，且 $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{DF}=\frac{1}{6}\overrightarrow{DC}$，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$ 的值为______________。

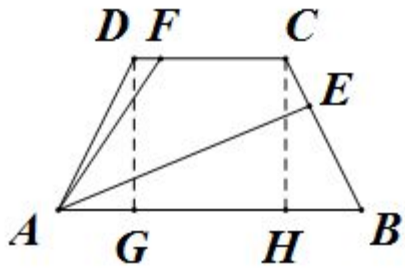
【答案】：$\frac{29}{18}$

【考点】：向量数量积的线性运算

【解析】：如图，在三角形 ADG 中易得 $AG=\frac{1}{2}$，同理 $BH=\frac{1}{2}$，故 $CD=1$

$\therefore\overrightarrow{CF}=\frac{5}{6}\overrightarrow{CD}=\frac{5}{12}\overrightarrow{BA}$

$\therefore\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{BA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}$，



$$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\frac{5}{12}\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BC}-\frac{7}{12}\overrightarrow{BA}$$

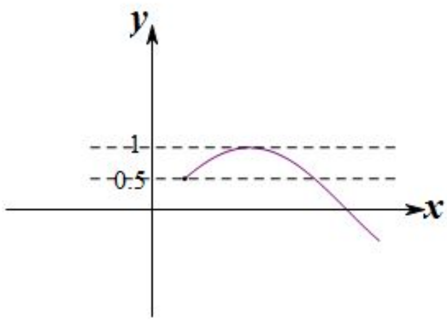
$$\therefore \overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}^2+\frac{7}{12}\overrightarrow{BA}^2-\frac{25}{18}\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=\frac{29}{18}$$

14. 设关于 $x$ 的方程 $\sin(2x+\frac{\pi}{6})=\frac{k+1}{2}$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 内有两个不同根 $\alpha$，$\beta$，则 $k$ 的取值范围是______________。

**【答案】**：$k\in[0,1)$

**【考点】**：正弦型函数图象

**【解析】**：$x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，$(2x+\frac{\pi}{6})\in[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}]$，如图所示




$\therefore \frac{k+1}{2}\in[0.5,1)$

$\therefore k\in[0,1)$

三、解答题：本大题共 6 小题，共 52 分。

15. （本小题满分 8 分）

已知 $\frac{\tan\alpha}{\tan\alpha-1}=-1$，求下列各式的值。

（1）$\frac{\sin\alpha-3\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$；　　（2）$\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+2$

**【答案】**：$-\frac{5}{3}$；$\frac{13}{5}$

**【考点】**：同角三角函数公式

**【解析】**：$\because \frac{\tan\alpha}{\tan\alpha-1}=-1$　　$\therefore \tan\alpha=\frac{1}{2}$

（1）$\frac{\sin\alpha-3\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}=\frac{\tan\alpha-3}{\tan\alpha+1}=\frac{\frac{1}{2}-3}{\frac{1}{2}+1}=-\frac{5}{3}$

（2）$\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+2=\frac{\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}$

$$=\frac{\tan^2\alpha+\tan\alpha+2(\tan^2\alpha+1)}{\tan^2\alpha+1}$$

$$=\frac{13}{5}$$

16.（本小题满分 8 分）

已知点 $O(0,0)$，$A(1,2)$，$B(4,5)$及$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{AB}$.

（1）当 t 为何值时，P 在 x 轴上，P 在 y 轴上，P 在第三象限内：

（2）四边形 OABP 能否成为平行四边形，若能，求出 t 的值；若不能，请说明理由。

【答案】：（1）x轴$t=-\dfrac{2}{3}$，y轴$t=-\dfrac{1}{3}$，第三象限$t<-\dfrac{2}{3}$（2）不能构成平行四边形

【考点】：向量坐标运算及共线

【解析】：（1）由已知得到 $P(1+3t,2+3t)$，然后利用 x 轴上的点纵坐标是 0 等性质求出

（2）若 OABP 是平行四边形，平行四边形性质可知，$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{PB}$，经坐标运算，发现 t 值求不出来。所以不存在。

17.（本小题满分 8 分）

已知 $a\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right),\sin a=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

（1）求 $\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+a\right)$ 的值；

（2）求 $\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}-2a\right)$ 的值。

【答案】：（1）$-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$（2）$\dfrac{6-3\sqrt{3}}{10}$

【考点】：同角公式和和差公式

【解析】：利用三角和差公式把上式打开，再根据 $\sin^2 a+\cos^2 a=1$ 求出 $\cos a$ 的值。注意象限，是第二象限，余弦取负值。

18.（本小题满分 8 分）

在平面直角坐标系 $xoy$ 中，已知向量 $\vec{m}=(\dfrac{\sqrt{2}}{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，$\vec{n}=(\sin x,\cos x)$，$x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$

（1）若 $\vec{m}\perp\vec{n}$，求 $\tan x$ 的值

（2）若 $\vec{m}$，$\vec{n}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，求 $x$ 的值

【答案】：$\tan x=1$，$x=\dfrac{5\pi}{12}$

【考点】：平面向量与三角函数综合应用

【解析】：（1）由 $\vec{m}\perp\vec{n}$ 可得 $\vec{m}\cdot\vec{n}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x=0$，化简可得 $\sin x=\cos x$，

则

$$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}=1$$

（2）由题意可得 $|\vec{m}|=1$，$|\vec{n}|=1$，$\vec{m}\cdot\vec{n}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x=\sin(x-\frac{\pi}{4})$，

而由 $\vec{m}$，$\vec{n}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$ 可得 $\vec{m}\cdot\vec{n}=|\vec{m}||\vec{n}|\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$，

因此有你 $\sin(x-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$，解得 $x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi$

又由于 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$，故 $x=\frac{5\pi}{12}$

19.（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=\sin^2 x-\sin^2(x-\frac{\pi}{6}),x\in R$。

（1）求 $f(x)$ 的最小正周期；

（2）求 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值。

【答案】：$\pi$；$-\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{4}$

【考点】：三角恒等变换、一般正弦型函数最值

【解析】：（1）$f(x)=\sin^2 x-\sin^2(x-\frac{\pi}{6})$

$$=\sin^2 x-(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x)^2$$

$$=\sin^2 x-\frac{3}{4}\sin^2 x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x-\frac{1}{4}\cos^2 x$$

$$=-\frac{1}{4}(\cos^2 x-\sin^2 x)+\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 2\sin x\cos x$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x-\frac{1}{4}\cos 2x$$

$$=\frac{1}{2}(\sin 2x\cos\frac{\pi}{6}-\cos 2x\sin\frac{\pi}{6})$$

$$=\frac{1}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{6})$$

$$\therefore T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$$

（2）$x\in[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}]$，$2x-\frac{\pi}{6}\in[-\frac{5}{6}\pi,\frac{\pi}{3}]$，

∴当 $2x-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}$，即 $x=-\frac{\pi}{6}$ 时，$f_{\min}=-\frac{1}{2}$

当 $2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$，即 $x=\frac{\pi}{4}$ 时，$f_{\max}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

20.（本小题满分 10 分）

设平面内的向量 $\overrightarrow{OA}=(-1,-3)$，$\overrightarrow{OB}=(5,3)$，$\overrightarrow{OM}=(2,2)$，点 $P$ 在直线 $OM$ 上，且 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=-16$。

（1）求 $\overrightarrow{OP}$ 的坐标；

（2）求 $\angle APB$ 的余弦值；

（3）设 $t\in R$，求 $|\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OP}|$ 的最小值。

**【答案】**：（1, 1）；$-\frac{4}{5}$；$\sqrt{2}$

**【考点】**：向量坐标运算、数量积求夹角、含参的模长最值

**【解析】**：（1）∵点 P 在直线 OM 上　　∴设 $\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OM}=(2\lambda,2\lambda)$

∴ $\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OP}=(-1-2\lambda,-3-2\lambda)$，$\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OP}=(5-2\lambda,3-2\lambda)$

∴ $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(-1-2\lambda)(5-2\lambda)+(-3-2\lambda)(3-2\lambda)=-16$

∴ $\lambda=\frac{1}{2}$

∴ $\overrightarrow{OP}=(1,1)$

（2）$\overrightarrow{PA}=(-2,-4)$，$\overrightarrow{PB}=(4,2)$

$$\therefore \cos\angle APB=\frac{\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{PA}|\cdot|\overrightarrow{PB}|}=\frac{-16}{\sqrt{(-2)^2+(-4)^2}\cdot\sqrt{4^2+2^2}}=-\frac{4}{5}$$

（3）$\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OP}=(t-1,t-3)$

∴ $(\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OP})^2=(t-1)^2+(t-3)^2=2t^2-8t+10$

当 $t=2$ 时，上式最小值为 2

$\therefore|\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OP}|$ 的最小值为 $\sqrt{2}$

**如果同学们看完上面的真题与答案，想要针对自己 2016 天津河西区高一年级期末考试数学真题测评，找出自己的问题所在，自己为什么会做错一些数学题目，做对的题目还有没有更好的解题思路，想要知道这些问题的答案，2016 爱智康寒假课帮你找到问题原因，查漏补缺，全面提升》》》》点击这里或拨打 4000-121-121，开始个性定制，寻找答案与方法。**