

第6讲. 一半模型.

[本讲内容]

{面积, 一半模型
简单辅助线构造.

[前铺知识]

{三角形初步. 一、四年级.
三角形进阶. 一、四年级
等积变形. 四年级.

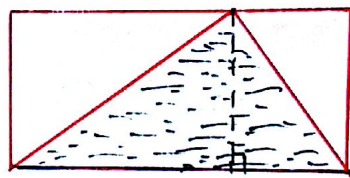
[后续模型]

比例模型. 五年级.

[课前测试].

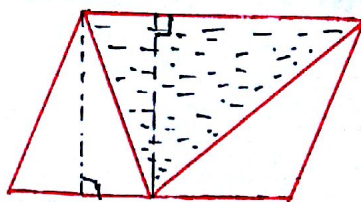
1. 长方形面积为20, 则阴影三角形面积为 10.

$$20 \div 2 = 10.$$



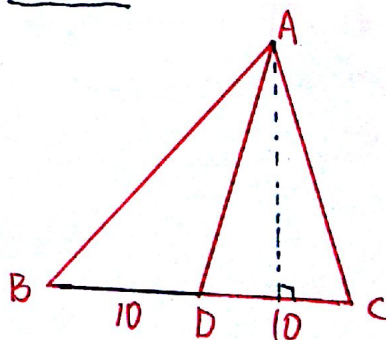
2. 平行四边形面积为60, 则阴影三角形面积为 30.

$$60 \div 2 = 30.$$

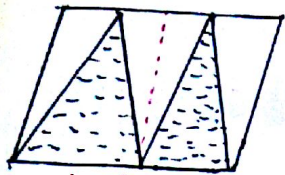
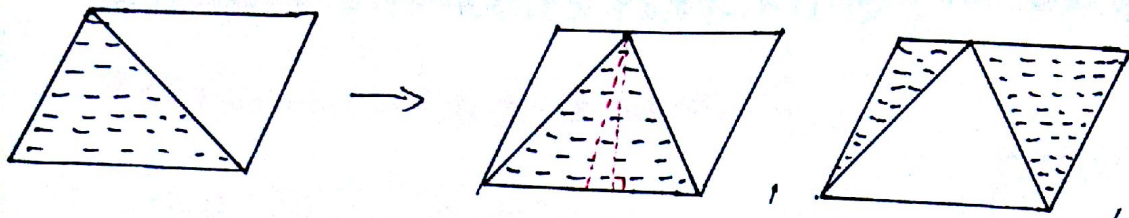


3. 三角形ABC面积为100, 则三角形ABD面积为 50.

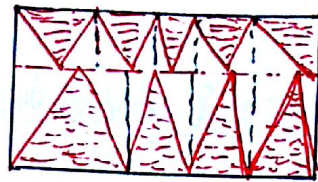
$$100 \div 2 = 50$$



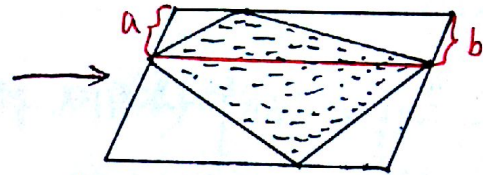
模块1. 一半模型.



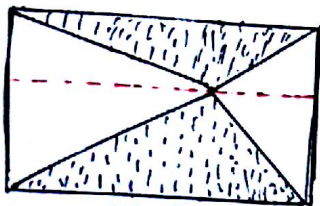
拖/分



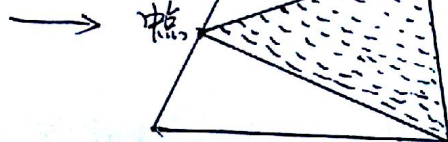
拖在一起/分开看



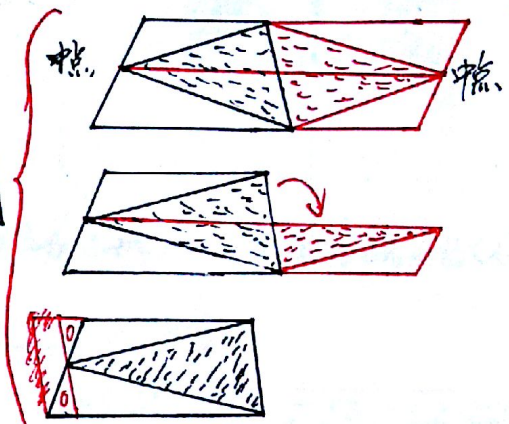
若 $a=b$, 则 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{平行四边形}} \text{ 一半}$



拖/分.



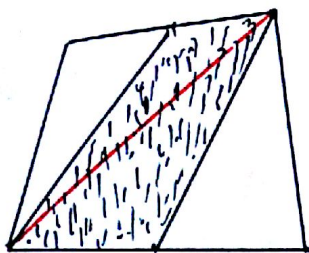
拖



拖

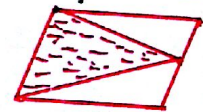
拖

构造平行四边形的一半模型



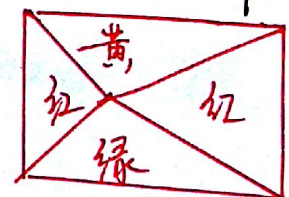
两个等底等高模型.

例1. 如图所示, 平行四边形的面积是50平方厘米, 则阴影部分的面积是 25 平方厘米.



(2). 如图所示, 一个面积是100的长方形分成四个不同的三角形, 问: 红色部分的面积是多少?

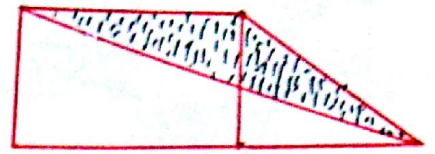
一半模型, $100 \div 2 = 50$.



(3). 如图所求, 长方形的面积是50平方厘米, 则阴影部分的面积是 25 平方厘米

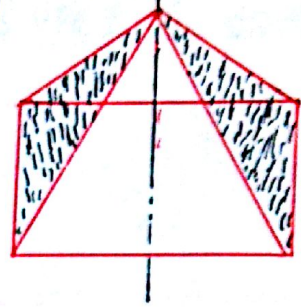
由平行线间的等积变形或三角形面积公式.

$$S_{\text{阴影}} = 50 \div 2 = 25 \text{ cm}^2.$$



(4) B版: 如图所求, 长方形的面积是50平方厘米, 则阴影部分的面积是 25 平方厘米.

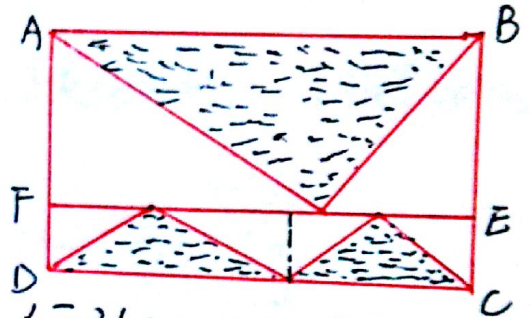
$$50 \div 2 = 25 \text{ 平方厘米}.$$



例2. 如图, 长方形AFEB和长方形FDCE拼成长方形ABCD. 长方形ABCD的长是10, 宽是6. 则它阴影部分的面积和是 30.

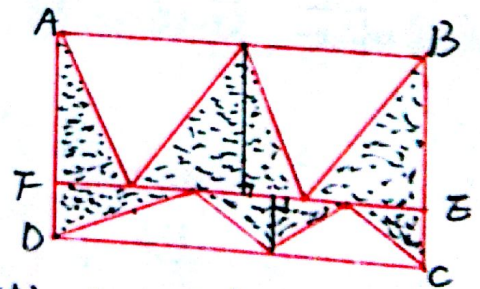
阴影部分面积等于长方形面积的一半.

$$10 \times 6 \div 2 = 30.$$



B版: 例2. (1). 如图长方形AFEB和长方形FDCE拼成长方形ABCD. 长方形ABCD的长是20, 宽是12. 则它内部阴影部分的面积和是 120.

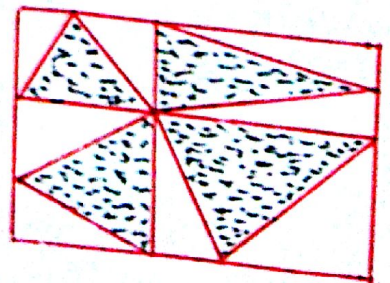
$$20 \times 12 \div 2 = 120$$



(2). 如图. ABCD是长方形, EF与宽平行, GH与长平行. AB的长是8厘米, BC的长是6厘米, 那么图中阴影部分的面积是 24 平方厘米.

$$4 \text{ 个长方形. } 8 \times 6 \div 2 = 24 \text{ cm}^2.$$

4个一半模型



(3). 如图所示, 大正方形的边长为10厘米, 小正方形的边长为5厘米, 阴影部分的面积和是 25 平方厘米.

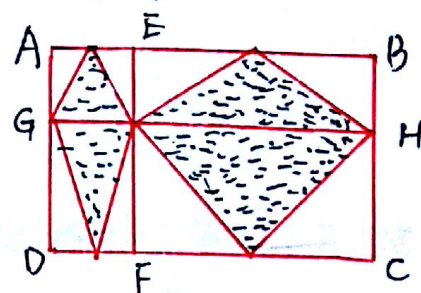
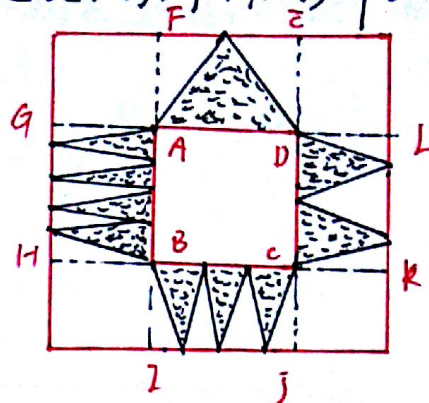
$$S_{\text{长方形ADZF}} + S_{\text{长方形BCJI}} = 5 \times (10-5) = 25 \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{长方形ABHG}} + S_{\text{长方形DCKL}} = 5 \times (10-5) = 25 \text{ cm}^2$$

练一练.

如图, ABCD是长方形, EF与宽平行, GH与长平行, AB的长是8厘米, BC的长是6厘米, 那么图中阴影部分的面积和是 24 平方厘米.

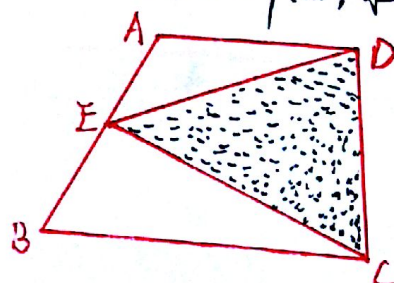
$$8 \times 6 \div 2 = 24 \text{ cm}^2.$$



模块2. 构造一半模型.

例3. 如图所示, 四边形ABCD是梯形, 面积是40. E是AB的中点, 求阴影部分的面积.

$$S_{\text{阴影}} = 40 \div 2 = 20$$



B版: 例3. 如图, 在梯形ABCD中, E是AC的中点, F是BD的中点, S_1 和 S_2 的面积, 分别是5和15, 梯形ABCD的面积, 为 40.

做辅助线如图, 根据梯形一半模型.

则 $S_1 + S_3 =$ 左边阴影面积,

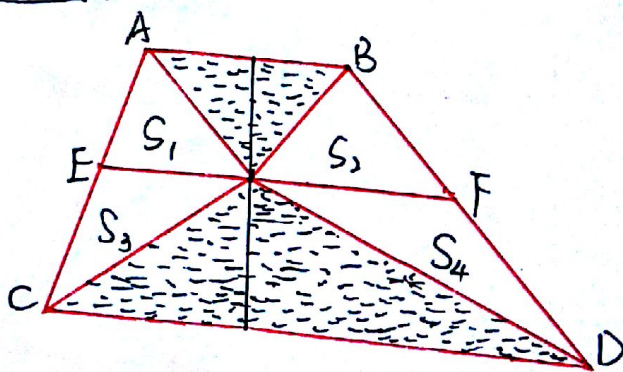
$S_2 + S_4 =$ 右边阴影面积, 所以 $S_{\text{阴}} = S_{\text{空白}}$

再根据等底等高的两个三角形面积一样.

$$\text{有 } S_1 = S_3 = 5$$

$$S_2 = S_4 = 15.$$

$$\text{所以梯形面积为 } (5+5+15+15) \times 2 = 80.$$



例4: (A) 如图. 已知四边形ABCD中, E, F分别是AD, BC的中点, 连接DF, BE. 四边形ABCD的面积, 为10, 则四边形EDFB的面积, 为多少?

连接BD.

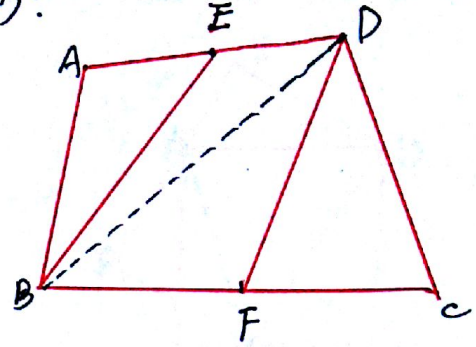
根据题意有:

$$S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABD} \div 2$$

$$S_{\triangle CDF} = S_{\triangle CDB} \div 2$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABE} + S_{\triangle CDF} = S_{\text{四边形ABCD}} \div 2$$

$$\text{从而有 } S_{\text{四边形BFDE}} = S_{\text{四边形ABCD}} \div 2 = 10 \div 2 = 5$$

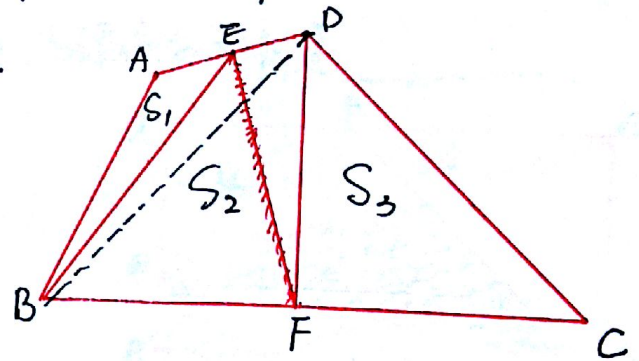


B级反·例4: 如图. 已知四边形ABCD中, E, F分别是AD, BC的中点, 连接DF, BE. 四边形ABCD的面积, 为60, $S_1 = 3$, 求 S_2 和 S_3 .

$$S_2 = S_1 + S_3$$

$$S_2 = 60 \div 2 = 30$$

$$\begin{aligned} S_3 &= S_2 - S_1 \\ &= 30 - 3 \\ &= 27 \end{aligned}$$



B级反·[练一练] 如图. 已知四边形ABCD中, E, F分别是AD, BC的中点, 连接DF, BE, 四边形BEDF的面积, 为6, 则四边形ABCD的面积, 为多少?

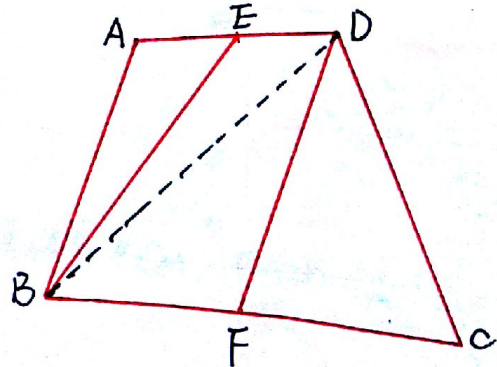
连接BD.

$$\text{则 } S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ABD} \div 2$$

$$S_{\triangle BDF} = S_{\triangle BCD} \div 2$$

$$\therefore S_{\text{四边形BEDF}} = S_{\text{四边形ABCD}} \div 2$$

$$\therefore S_{\text{四边形ABCD}} = 6 \times 2 = 12$$



2. 校园里有一块长方形的地长18米, 宽12米, 想种上红花、黄花和绿草. (除长方形四个顶点外, 其余各点, 均为各边中点) 一种设计方案如图. 那么其中红花的面积是 _____ 平方米

图中黄花面积 + 红花面积 = 长方形面积一半.

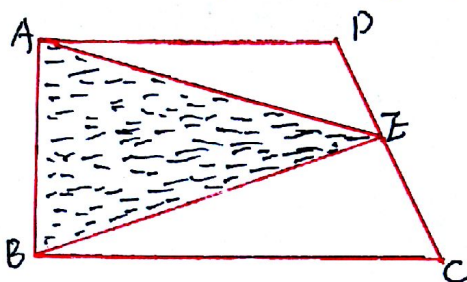
并且黄花面积 = 红花面积.

所以红花面积 = $18 \times 12 \div 2 \div 2 = 54$ (平方米)

2(A) 题要求的黄花和红花总面积, 为 $18 \times 12 \div 2 = 108$ 平方米.

3. 如图所示, 四边形ABCD是直角梯形, 面积是400, E是DC的中点, 求阴影部分面积.

$$400 \div 2 = 200.$$



4. 如图, 在四边形ABCD中, E为AD边的中点, F为BC边的中点. 且 $S_{\text{四边形}ABCD} = 100 \text{ cm}^2$

$S_{\triangle ABE} = 15 \text{ cm}^2$, 则 $S_{\triangle CDF} = \underline{35} \text{ cm}^2$

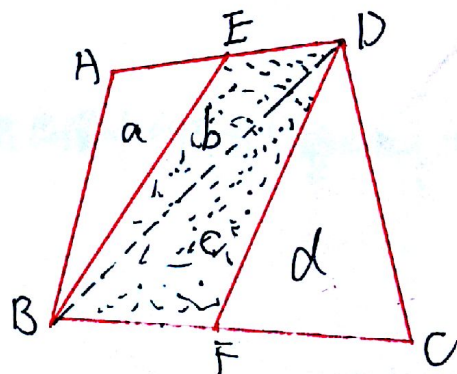
连接BD.

a, b 面积相等.

c, d 面积相等.

因此 $b + c = a + d$ 的面积, 也等于四边形的

ABCD的一半. 因此 $S_{\triangle CDF} = S_{ABCD} \div 2 - S_{\triangle ABE} = 100 \div 2 - 15 = 35 \text{ cm}^2$

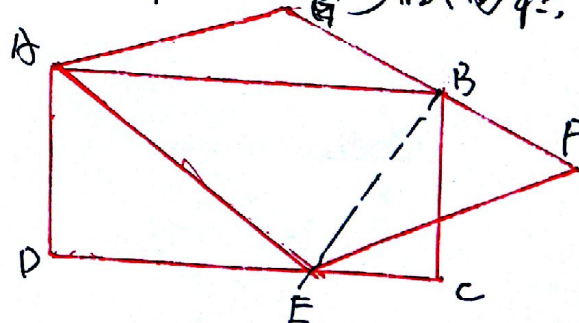


5. 如图, 四边形ABCD是长方形, 四边形AEGF是梯形. 且 $GB = BF$. 已知长方形的面积是2015, 求梯形AEGF的面积.

连接BE, $S_{\triangle ABE}$ 的面积是长方形面积的一半.

$S_{\triangle ABE}$ 的面积也是梯形的面积的一半.

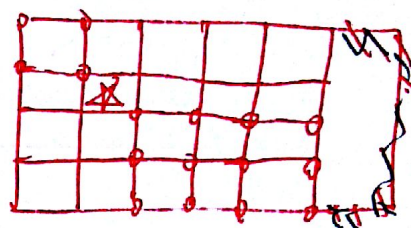
所以梯形的面积是2015.



[复习巩固]

1. 由20个边长为1的小正方形拼成的一个4x5的大长方形中有一格有“*”，则图中含有“*”的所有长方形(含正方形)共有 48 个。

4x12.



2. 计算: $12 + 102 + 1002 + \dots + \underbrace{1000\dots02}_{10个0}$

$$\text{原式} = 10 + 100 + 1000 + \dots + \underbrace{100\dots0 + 2 \times 1}_{11个0}$$

$$= \underbrace{11\dots10}_{11个1} + 22$$

$$= \underbrace{11\dots122}_{10个1}$$

3. 如图: $BC = CD$, $AB \parallel CE$, $AF \parallel BD$, 请找出图中所有与 $\triangle ABC$ 的面积相等的所有三角形。

因为 $AF \parallel BD$, 所以

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BCF} = S_{\triangle CDF} = S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACE}$$

