海淀区九年级第一学期期末练习

2015.1

数学试卷答案及评分参考

阅卷须知:

1. 为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写的较为详细,阅卷时,只要考生将主要过程正确写出即可.

2. 若考生的解法与给出的解法不同,正确者可参照评分参考相应给分.

3. 评分参考中所注分数,表示考生正确做到步应得的累加分数.

一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8
答 案	A	A	D	C	B	B	C	B

二、填空题（本题共 16 分，每小题 4 分）

9. 3π；　　10. 24 ；

11. $x_1=-2, x_2=1$ ；　　12. （1）37，26；（每个答案 1 分）（2）6.（2 分）

三、解答题：（本题共 30 分，每小题 5 分）

13. （本小题满分 5 分）

解：原式$=-1+\frac{1}{2}-1+2$ ……4 分

$=\frac{1}{2}$. ……5 分

14. （本小题满分 5 分）

证明：∵$AB=AC$，D 是 BC 中点，

∴$AD\perp BC$. ……1 分

∴$\angle ADC=90°$.

∵$BE\perp AC$，

∴$\angle BEC=90°$.

∴$\angle ADC=\angle BEC$. ……3 分

在$\triangle ACD$ 和$\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases}\angle ACD=\angle BCE,\\ \angle ADC=\angle BEC,\end{cases}$$

∴$\triangle ACD\backsim\triangle BCE$. ……5 分

15. （本小题满分 5 分）

解：由已知，可得$m^2-3m-2=0$. ……1 分

∴$m^2-2=3m$. ……2 分

∴原式=$\frac{m^2-1-1}{m}=\frac{m^2-2}{m}=\frac{3m}{m}=3$. ……5 分

16. （本小题满分 5 分）

解一：设平移后抛物线的表达式为 $y=2x^2+bx+c$. ……1 分

∵平移后的抛物线经过点 $A(0,3)$， $B(2,3)$，

$\therefore \begin{cases}3=c,\\ 3=8+2b+c.\end{cases}$ ……3 分

解得 $\begin{cases}b=-4,\\ c=3.\end{cases}$ ……4 分

所以平移后抛物线的表达式为 $y=2x^2-4x+3$. ……5 分

解二：∵平移后的抛物线经过点 $A(0,3)$， $B(2,3)$，

∴平移后的抛物线的对称轴为直线 $x=1$. ……1 分

∴设平移后抛物线的表达式为 $y=2(x-1)^2+k$. ……2 分

∴ $3=2\times(2-1)^2+k$. ……3 分

∴ $k=1$. ……4 分

所以平移后抛物线的表达式为 $y=2(x-1)^2+1$. ……5 分

17. （本小题满分 5 分）

解：（1）将 $x=2$ 代入 $y=2x$ 中，得 $y=2\times2=4$.

∴点 A 坐标为 $(2,4)$. ……1 分

∵点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

∴ $k=2\times4=8$. ……2 分

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{8}{x}$. ……3 分

（2） $P(1,8)$ 或 $P(-1,-8)$. ……5 分

18. （本小题满分 5 分）

解：（1）∵ $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$， $\sin A=\frac{4}{5}$， $BC=8$，

∴ $AB=\frac{BC}{\sin A}=\frac{8}{\frac{4}{5}}=10$. ……1 分

∵ $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，D 是 AB 中点，

∴ $CD=\frac{1}{2}AB=5$. ……2 分

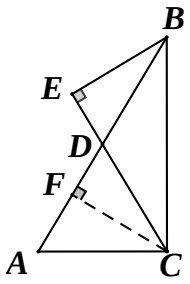
（2）解法一：过点 C 作 $CF\perp AB$ 于 F，如图.

$\therefore \angle CFD=90°$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，由勾股定理得 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$.

$\because CF\cdot AB=AC\cdot BC$，

$\therefore CF=\dfrac{AC\cdot BC}{AB}=\dfrac{24}{5}$. ……3 分



$\because BE\perp CE$，

$\therefore \angle BED=90°$.

$\because \angle BDE=\angle CDF$，

$\therefore \angle ABE=\angle DCF$. ……4 分

$\therefore \cos\angle ABE=\cos\angle DCF=\dfrac{CF}{CD}=\dfrac{\frac{24}{5}}{5}=\dfrac{24}{25}$. ……5 分

解法二：$\because D$ 是 AB 中点，$AB=10$，

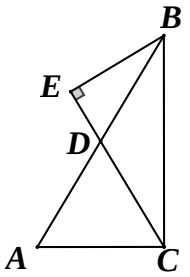
$\therefore BD=\dfrac{1}{2}AB=5$. ……3 分

$\therefore S_{\triangle BDC}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle ABC}$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，由勾股定理得 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$.

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8=24$.

$\therefore S_{\triangle BDC}=12$.



$\therefore \dfrac{1}{2}BE\cdot CD=12$.

$\because CD=5$，

$\therefore BE=\dfrac{24}{5}$. ……4 分

$\because BE\perp CE$，

$\therefore \angle BED=90°$.

$\therefore \cos\angle ABE=\dfrac{BE}{BD}=\dfrac{\frac{24}{5}}{5}=\dfrac{24}{25}$. ……5 分

四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

19. （本小题满分 5 分）

解：（1）由已知，得 $m\neq 0$ 且 $\Delta=(m+2)^2-4\times 2m=m^2-4m+4=(m-2)^2>0$，

$\therefore m\neq 0$ 且 $m\neq 2$．……2 分

（2）原方程的解为 $x=\dfrac{(m+2)\pm(m-2)}{2m}$．

$\therefore x=1$ 或 $x=\dfrac{2}{m}$．……3 分

$\because x_2<0$，$\therefore x_1=1$，$x_2=\dfrac{2}{m}<0$．$\therefore m<0$．

$\because \dfrac{x_1}{x_2}>-1$，$\therefore \dfrac{m}{2}>-1$．$\therefore m>-2$．

又 $\because m\neq 0$ 且 $m\neq 2$，

$\therefore -2<m<0$．……4 分

$\because m$ 是整数，$\therefore m=-1$．……5 分

20. （本小题满分 5 分）

解：（1）$y=(100-5x)(2x+4)=-10x^2+180x+400$．……2 分

（$1\leq x\leq 10$ 且 x 为整数）．

（2）$\because y=-10x^2+180x+400=-10(x-9)^2+1210$．……3 分

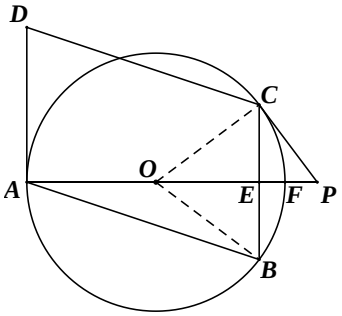
又 $\because 1\leq x\leq 10$ 且 x 为整数，

$\therefore$ 当 $x=9$ 时，函数取得最大值 1210．……4 分

答：工厂为获得最大利润，应生产第 9 档次的产品，当天的最大利润为 1210 万元．

……5 分

21. （本小题满分 5 分）



解：（1）连接 OB,OC．

$\because AD$ 与⊙O 相切于点 A，

$\therefore FA\perp AD$．

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD/\!/BC$，

$\therefore FA\perp BC$．……1 分

$\because FA$ 经过圆心 O，

$\therefore OF\perp BC$ 于 E，$CF=BF$．

$\therefore \angle OEC=90°$，$\angle COF=\angle BOF$．

$\because \angle BOF=2\angle BAF$．

$\therefore \angle COF=2\angle BAF$．

$\because \angle PCB=2\angle BAF$，

$\therefore \angle PCB=\angle COF$．

$\because \angle OCE+\angle COF=180°-\angle OEC=90°$，

$\therefore \angle OCE+\angle PCB=90°$，即 $\angle OCP=90°$．

∴$OC\perp PC$.

∵点 C 在⊙O 上，

∴直线 PC 是⊙O 的切线．……2 分

（2） ∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$BC=AD=2$.

∴$BE=CE=1$.

在 Rt△ABE 中，∠AEB=90°，$AB=\sqrt{10}$，

∴ $AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=3$．……3 分

设⊙O 的半径为 r，则 $OC=OA=r$，$OE=3-r$.

在 Rt△OCE 中，∠OEC=90°，

∴ $OC^2=OE^2+CE^2$.

∴ $r^2=(3-r)^2+1$.

解得 $r=\frac{5}{3}$．……4 分

∵∠COE=∠PCE，∠OEC=∠CEP =90°，

∴△OCE∽△CPE.

∴ $\frac{OE}{CE}=\frac{OC}{CP}$.

∴ $\frac{3-\frac{5}{3}}{1}=\frac{\frac{5}{3}}{CP}$.

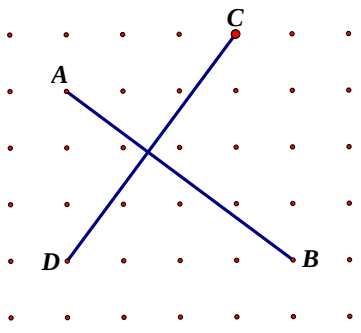
∴ $CP=\frac{5}{4}$．……5 分

22.（本小题满分 5 分）

（1）如图，线段 CD 即为所求；……1 分

（2）$OC=\frac{4\sqrt{2}}{5}$，$\tan\angle AOD=5$；……3 分

（3）$\tan\angle AOD=\frac{7}{4}$．……5 分



五、解答题：（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 8 分，第 25 题 7 分）

23. （本小题满分 7 分）

解：（1）∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(1,4)$，

∴ $k=4$．……1 分

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$．

∵反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象经过点 $B(m,n)$，

∴ $mn=4$．……2 分

（2）∵二次函数 $y=(x-1)^2$ 的图象经过点 $B(m,n)$，

∴ $n=(m-1)^2$．……3 分

由（1）得 $mn=4$，

∴原式 $=mn(m^2-2m+1)+2mn-4n$

$=4(m-1)^2+8-4n$

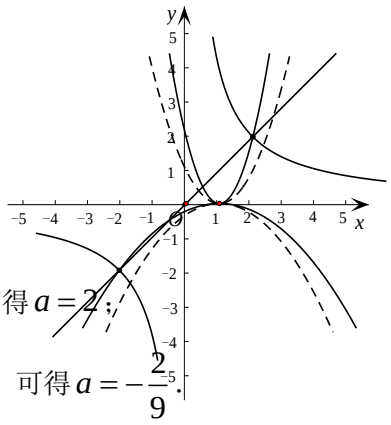
$=4n+8-4n$

$=8$．……4 分

（3）由（1）得反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$．

令 $y=x$，可得 $x^2=4$，解得 $x=\pm 2$．

∴反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象与直线 $y=x$ 交于点 $(2,2)$，$(-2,-2)$．……5 分



当二次函数 $y=a(x-1)^2$ 的图象经过点 $(2,2)$ 时，可得 $a=2$；

当二次函数 $y=a(x-1)^2$ 的图象经过点 $(-2,-2)$ 时，可得 $a=-\frac{2}{9}$．

∵二次函数 $y=a(x-1)^2$ 的顶点为 $(1,0)$，

∴由图象可知，符合题意的 a 的取值范围是 $0<a<2$ 或 $a<-\frac{2}{9}$．……7 分

24. （本小题满分 7 分）

（1） $AD+DE=4$. ……1 分

（2）① 补全图形. ……2 分

解： 设 DE 与 BC 相交于点 H，连接 AE，

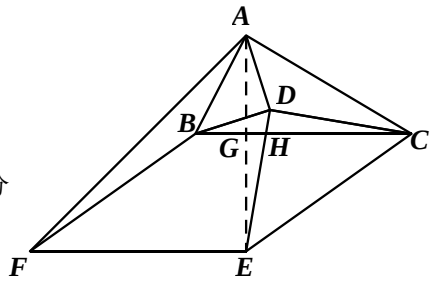
交 BC 于点 G，如图.

∵ $\angle ADB=\angle CDE=90°$,

∴ $\angle ADE=\angle BDC$.

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle BDC$ 中，

$$\because \begin{cases} AD=BD, \\ \angle ADE=\angle BDC, \\ DE=DC, \end{cases}$$



∴ $\triangle ADE \cong \triangle BDC$. ……3 分

∴ $AE=BC$ ， $\angle AED=\angle BCD$.

∵ DE 与 BC 相交于点 H，

∴ $\angle GHE=\angle DHC$.

∴ $\angle EGH=\angle EDC=90°$. ……4 分

∵ 线段 CB 沿着射线 CE 的方向平移，得到线段 EF，

∴ $EF=CB=4$， $EF \parallel CB$.

∴ $AE=EF$.

∵ $CB//EF$，∴ $\angle AEF=\angle EGH=90°$.

∵ $AE=EF$，$\angle AEF=90°$，∴ $\angle AFE=45°$.

∴ $AF=\dfrac{EF}{\cos 45^{\circ}}=4\sqrt{2}$. ……5 分

② $AF=8\sin\dfrac{\alpha}{2}$. ……7 分

25.（本小题满分 8 分）

解：（1）① 1；……1 分

② 1. ……2 分

（2） 2. ……4 分

（3）不妨设矩形 $ABCD$ 的边 $AB=4$，$BC=3$. 由已知可得，平移图形 W 不会改变其测度面积 S 的大小，将矩形 $ABCD$ 的其中一个顶点 B 平移至 x 轴上.

当顶点 A,B 或 B,C 都在 x 轴上时，如图 5 和图 6，矩形 $ABCD$ 的测度面积 S 就是矩形 $ABCD$ 的面积，此时 $S=12$.

……5 分

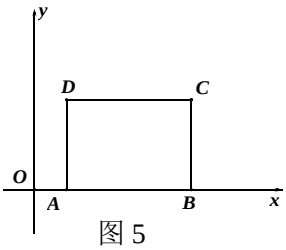


图 5

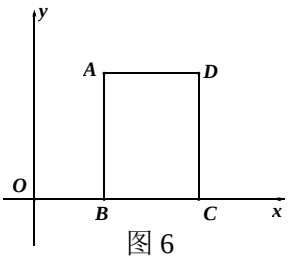


图 6

当顶点 A，C 都不在 x 轴上时，如图 7.

过 A 作直线 $AE\perp x$ 轴于点 E，过 C 作直线 $CF\perp x$ 轴于点 F，过 D 作直线 $GH/\!/x$ 轴，与直线 AE，CF 分别交于点 H 和点 G，则可得四边形 $EFGH$ 是矩形.

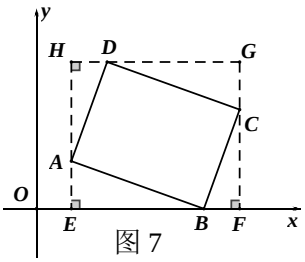


图 7

当点 P，Q 分别与点 A，C 重合时，$\left|x_1-x_2\right|$ 取得最大值 m，且最大值 $m=EF$；

当点 P，Q 分别与点 B，D 重合时，$\left|y_1-y_2\right|$ 取得最大值 n，且最大值 $n=GF$.

$\therefore$ 图形 W 的测度面积 $S=EF\cdot GF$.

$\because \angle ABC=90°$,

$\therefore \angle ABE+\angle CBF=90°$.

$\because \angle AEB=90°$,

$\therefore \angle ABE+\angle BAE=90°$.

$\therefore \angle BAE=\angle CBF$.

又$\because \angle AEB=\angle BFC=90°$，

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle BCF$. ……6 分

$\therefore \dfrac{AE}{BF}=\dfrac{EB}{FC}=\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{4}{3}$.

设 $AE=4a,EB=4b\ (a>0,b>0)$，则 $BF=3a,FC=3b$，

在 Rt$\triangle ABE$ 中，由勾股定理得 $AE^2+BE^2=AB^2$.

$\therefore 16a^2+16b^2=16$. 即 $a^2+b^2=1$.

$\because b>0$，$\therefore b=\sqrt{1-a^2}$

易证$\triangle ABE\cong\triangle CDG$. $\therefore CG=AE=4a$.

$\therefore EF=EB+BF=4b+3a$，$GF=FC+CG=3b+4a$.

$$\therefore S=EF\cdot GF=(4b+3a)(3b+4a)=12a^2+12b^2+25ab=12+25a\sqrt{1-a^2}$$

$$=12+25\sqrt{a^2(1-a^2)}=12+25\sqrt{-a^4+a^2}=12+25\sqrt{-\left(a^2-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}}$$

$\therefore$ 当 $a^2=\dfrac{1}{2}$，即 $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时，测度面积 S 取得最大值 $12+25\times\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{49}{2}$. ……7 分

$\because a>0,b>0$，$\therefore \sqrt{a^2-a^4}>0$. $\therefore S>12$.

$\therefore$ 当顶点 A，C 都不在 x 轴上时，S 的范围为 $12<S\leqslant\dfrac{49}{2}$.

综上所述，测度面积 S 的取值范围是 $12\leqslant S\leqslant\dfrac{49}{2}$. ……8 分