锐角三角形

考点梳理

一、锐角三角函数的定义

1. 正弦：$\mathrm{Rt}\Delta ABC$ 中，锐角 A 的对边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的正弦，记作 $\sin A$，即 $\sin A=\frac{a}{c}$.

2. 余弦：$\mathrm{Rt}\Delta ABC$ 中，锐角 A 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的余弦，记作 $\cos A$，即 $\cos A=\frac{b}{c}$.

3. 正切：$\mathrm{Rt}\Delta ABC$ 中，锐角 A 的对边与邻边的比叫做 $\angle A$ 的正切，记作 $\tan A$，即 $\tan A=\frac{a}{b}$.

二、特殊角三角函数

三角函数	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	– –

三、锐角三角函数的取值范围

在 $\mathrm{Rt}\Delta ABC$ 中，$\angle C=90°$，$a>0$，$b>0$，$c>0$，$a<c$，$b<c$，又 $\sin A=\frac{a}{c}$，$\cos A=\frac{b}{c}$，$\tan A=\frac{a}{b}$，$\cot A=\frac{b}{a}$，

所以 $0<\sin A<1$，$0<\cos A<1$，$\tan A>0$，$\cot A>0$.

四、三角函数关系

1. 同角三角函数关系：

$\sin^2 A+\cos^2 A=1$ ， $\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$ ， $\tan A\cdot\cot A=1$

2. 互余角三角函数关系：

(1) 任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值： $\sin A=\cos(90°-A)$ ；

(2) 任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值： $\cos A=\sin(90°-A)$ ；

(3) 任意锐角的正切值等于它的余角的余切值： $\tan A=\cot(90°-A)$ ；

3. 锐角三角函数值的变化规律：

令 $c=1$ ，锐角 $\angle A$ 越小，则 a 越小，则 b 越大；当 $\angle A$ 越大，则 a 就越大， b 就越小，且 $a<c$，$b<c$ ，所以当角度在 $0°\sim 90°$ 范围内变化时，正弦值随角度的增大（或减小）而增大（或减小）；余弦值随角度的增大（或减小）而减小（或增大）. 而正切值也是随角度的增大（或减小）而增大（或减小）；余切值随角度的增大（或减小）而减小（或增大）.

可以应用 $0°\sim 90°$ 间的正弦值、余弦值、正切值、余切值的增减性来比较角的正弦、余弦、正切、余切值的大小，其规律是：(1) A、B 为锐角且 $A>B$ ，则 $\sin A>\sin B$ ， $\cos A<\cos B$ ， $\tan A>\tan B$ ， $\cot A<\cot B$ ；(2) A、B 为锐角且 $A<B$ ，则 $\sin A<\sin B$ ， $\cos A>\cos B$ ， $\tan A<\tan B$ ， $\cot A>\cot B$. 该规律反过来也成立 .

例题精讲

【例 1】在 Rt△ABC 中，∠C＝90^0，AC＝12，BC＝15。

（1）求 AB 的长；

（2）求 sinA、cosA 的值；

（3）求 $\sin^2 A+\cos^2 A$ 的值；

（4）比较 sinA、cosB 的大小。

分析：在 Rt△ABC 中，已知两直角边长求斜边长可应用勾股定理，再利用两直角边长与斜边长的比分别求出

sinA、cosA 的大小，从而便可以计算出 $\sin^2 A+\cos^2 A$ 的大小，即可比较 sinA 与 cosB 的大小。

答案：（1）AB＝13；　　（2）sinA＝$\frac{5}{13}$，cosA＝$\frac{12}{13}$；

（3）$\sin^2 A+\cos^2 A=1$；　　（4）sinA＝cosB

【变式】（1）在 Rt△ABC 中，∠C＝90^0，$a=\sqrt{5}$，$b=2$，则 sinA＝_____。

（2）在 Rt△ABC 中，∠A＝90^0，如果 BC＝10，sinB＝0.6，那么 AC＝_____。

答案：（1）$\frac{\sqrt{5}}{3}$；（2）6

【例 2】计算：$\sin 60^0\cdot\cot 30^0+\sin^2 45^0$

分析：熟记 0^0、30^0、45^0、60^0、90^0 角的三角函数值，并能熟练进行运算，是深圳中考必考题。

答案：原式＝$\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2$

【例 3】已知，在 Rt△ABC 中，∠C＝90^0，$\tan B=\frac{\sqrt{5}}{2}$，那么 cosA（　　）

A、$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B、$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　C、$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D、$\frac{2}{3}$

分析：由三角函数的定义知：$\cos A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}$，又因为 $\tan B=\frac{\sqrt{5}}{2}$，所以可设 $AC=\sqrt{5}k$，$BC=2k$ $(k>0)$，由勾股定理得 $AB=3k$，不难求出 $\cos A=\frac{\sqrt{5}k}{3k}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

答案：B

【变式】已知 α 为锐角，且 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$，则 $\sin\alpha+\cot\alpha=$_____。

分析：直角三角形中，只要知道其中任意两边的比，可通过勾股定理求出第三边，然后应用锐角三角函数的定义求锐角三角函数值。

答案： 可设α为Rt△ABC的一锐角，∠A＝α，∠C＝90^0

∴AC＝$4k$，AB＝$5k$，则BC＝$3k$

$$\therefore \sin\alpha+\cot\alpha=\frac{3k}{5k}+\frac{4k}{3k}=\frac{3}{5}+\frac{4}{3}=\frac{29}{15}$$

【例4】已知$\tan\alpha+\frac{1}{\tan\alpha}=3$，$\alpha$为锐角，则$\tan^2\alpha+\frac{1}{\tan^2\alpha}=$_____。

分析： 由锐角三角函数定义不难推出$\sin^2 A+\cos^2 A=1$，$\tan\alpha\cdot\frac{1}{\tan\alpha}=1$，它们是中考中常用的“等式”。

答案： 由定义可推出$\tan\alpha\cdot\frac{1}{\tan\alpha}=1$

$$\therefore \tan^2\alpha+\frac{1}{\tan^2\alpha}=(\tan\alpha+\frac{1}{\tan\alpha})^2-2\tan\alpha\cdot\frac{1}{\tan\alpha}=3^2-2=7$$

【例5】已知$30^0<\alpha<\beta<90^0$，则$\sqrt{(\cos\beta-\cos\alpha)^2}-\left|\cos\beta-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|+|1-\cos\alpha|=$_____。

答案： α在0^0～90^0范围内，$\sin\alpha$、$\tan\alpha$是随α的增大而增大；$\cos\alpha$、$\cot\alpha$是随α的增大而减小。∴$\cos\beta-\cos\alpha<0$，又不难知道$\cos30^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos0^0=1$，∴$\cos\beta-\frac{\sqrt{3}}{2}<0$，$1-\cos\alpha>0$。

$$\therefore \text{原式}=\cos\alpha-\cos\beta+\cos\beta-\frac{\sqrt{3}}{2}+1-\cos\alpha=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

【变式】若太阳光线与地面成α角，$30^0<\alpha<45^0$，一棵树的影子长为10米，则树高h的范围是（　　）

（取$\sqrt{3}=1.7$）

A、$3<h<5$　　B、$5<h<10$　　C、$10<h<15$　　D、$h>15$

分析： ∵$30^0<\alpha<45^0$

∴$\tan30^0<\alpha<\tan45^0$

而$h=10\tan\alpha$

$$\therefore 10\tan30^0<h<10\tan45^0$$

∴$5.7<h<10$

答案： B

巩固特训

一、选择题：

1、在 Rt△ABC 中，∠C＝90^0，若 $\tan A=\frac{3}{4}$，则 sinA＝（　　）

A、$\frac{4}{3}$　　B、$\frac{3}{4}$　　C、$\frac{5}{3}$　　D、$\frac{3}{5}$

2、已知 $\cos\alpha<0.5$，那么锐角 α 的取值范围是（　　）

A、$60^0<\alpha<90^0$　　B、$0^0<\alpha<60^0$　　C、$30^0<\alpha<90^0$　　D、$0^0<\alpha<30^0$

3、若 $\sqrt{3}\tan(\alpha+10^0)=1$，则锐角 α 的度数是（　　）

A、20^0　　B、30^0　　C、40^0　　D、50^0

4、在 Rt△ABC 中，∠C＝90^0，下列式子不一定成立的是（　　）

A、cosA＝cosB　　B、cosA＝sinB

C、cotA＝tanB　　D、$\sin\frac{C}{2}=\cos\frac{A+B}{2}$

5、在 Rt△ABC 中，∠C＝90^0，$\tan A=\frac{1}{3}$，AC＝6，则 BC 的长为（　　）

A、6　　B、5　　C、4　　D、2

6、某人沿倾斜角为 β 的斜坡前进 100 米，则他上升的最大高度为（　　）

A、$\frac{100}{\sin\beta}$ 米　　B、$100\sin\beta$ 米　　C、$\frac{100}{\cos\beta}$ 米　　D、$100\cos\beta$ 米

7、计算 $\cos 60^0+\frac{\sqrt{3}}{3}\cot 30^0$ 的值是（　　）

A、$\frac{7}{2}$　　B、$\frac{5}{6}$　　C、$\frac{3}{2}$　　D、$\frac{\sqrt{3}+2}{2}$

二、填空题：

1、若 α 为锐角，化简 $\sqrt{1-2\sin\alpha+\sin^2\alpha}=$_____。

2、已知 $\cot\beta\cdot\cot 35^0=1$，则锐角 $\beta=$_____；若 $\tan\alpha=1$（$0^0\leqslant\alpha\leqslant 90^0$）则 $\cos(90^0-\alpha)=$_____。

3、计算 $\sin^2 27^0+\tan 42^0\cdot\tan 48^0-\cos 90^0\cdot\cot 21^0+\sin^2 63^0=$_____。

4、在 Rt△ABC 中，∠C＝90^0，若 AC：AB＝1：3，则 cotB＝_____。

5、△ABC 中，AB＝AC＝3，BC＝2，则 cosB＝_____。

6、已知，在△ABC 中，∠A＝60^0，∠B＝45^0，AC＝2，则 AB 的长为_____。

三、计算与解答题：

1、$\sin 90^0+\sin 30^0+\tan 0^0+\cos 60^0\cdot\tan 45^0-\cos 0^0\cdot\cot 90^0$；

2、△ABC 中，∠A、∠B 均为锐角，且 $\left|\tan B-\sqrt{3}\right|+(2\sin A-\sqrt{3})^2=0$，试确定△ABC 的形状。

3、已知 $a=\sin 60^0$，$b=\cos 45^0$，求 $\dfrac{a+2b}{a-b}+\dfrac{b}{b-a}$ 的值。

四、探索题：

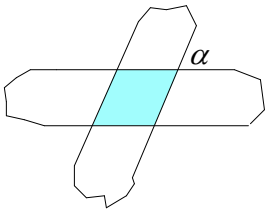
1、△ABC 中，∠ACB＝90^0，CD 是 AB 边上的高，则 $\dfrac{CD}{CB}$ 等于（　　）

A、cotA　　B、tanA　　C、cosA　　D、sinA

2、如图，两条宽度都是 1 的纸条交叉叠在一起，且它们的夹角为 α，则它们重叠部分（图中阴影部分）的面积是（　　）

A、$\dfrac{1}{\sin\alpha}$　　B、$\dfrac{1}{\cos\alpha}$

C、$\sin\alpha$　　D、1



3、已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=m$，$\sin\alpha\cdot\cos\alpha=n$，则 m 与 n 的关系是（　　）

A、$m=n$　　B、$m=2n+1$　　C、$m^2=2n+1$　　D、$m^2=1-2n$

4、在 Rt△ABC 中，∠C＝90^0，∠A、∠B 的对边分别是 a 、b ，且满足 $a^2-ab-b^2=0$，则 tanA 等于（　　）

A、1　　B、$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　　C、$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$　　D、$\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

上期答案

巩固特训答案：

一、填空题：

1、13；　2、500cm²；　3、1∶2；　4、$\frac{\sqrt{3}}{2}ab$；　5、$8\sqrt{2}$；　6、4；

7、1∶4；　8、$\frac{1}{2}ab$；　9、5∶7

二、选择题：C　D　C　D

三、解答题：

1、（1）证 MN∥BC 且 MN≠BC；（2）6cm。

2、取 BC 的中点构造三角形的中位线。

3、解：设上底为 x，下底为 y，高为 h，由题意知 EF＝$\frac{1}{2}(y-x)$，即 $y-x=2a$，$h=\frac{\sqrt{3}}{2}(y-x)=\sqrt{3}a$，

$y+x=2\sqrt{3}h=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}a=6a$，所以：

梯形 ABCD 的面积为：$\frac{1}{2}\times6a\times\sqrt{3}a=3\sqrt{3}a^2$

联系我们

深圳智康官网：sz.jiajiaoban.com

微博：@深圳智康 1 对 1

微信：szzhikangwx，vbangedu(V 帮)

网址： http://sz.jiajiaoban.com/

