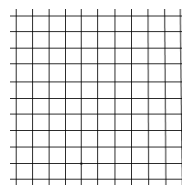


第十九届华罗庚金杯少年数学邀请赛 决赛试题（初一组）

一、填空题（每小题 10 分，共 80 分）

1. 计算：
$$\frac{-3^3 \times (-5) + 16 \div (-2)^3 - |-4 \times 5| + \left(\frac{5}{8} - 3.625\right)^2}{[0 - (-27)] \div (-3) + 12 \times [(-3) + (-8) \div 6]} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 如图，由单位正方形组成的网格中，每个小正方形的顶点称为格点，以格点为顶点做了一个三角形，记 L 为三角形边上的格点数目， N 为三角形内部的格点数目，三角形的面积可以用下面的式子求出来：



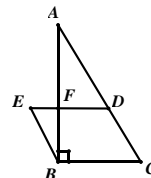
$$\text{顶点在格点的三角形的面积} = \frac{1}{2}L + N - 1.$$

如果三角形的边上与内部共有 20 个格点，则这个三角形的面积最大等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，最小等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 长为 4 的线段 AB 上有一动点 C ，等腰三角形 ACD 和等腰三角形 BEC 在过 AB 的直线同侧， $AD = DC$ ， $CE = EB$ ，则线段 DE 的长度最小为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 正整数 a, b, c 满足等式， $\frac{a}{3} = \frac{b}{c}$ ，且 $\left(\frac{a+b}{3+c}\right)^2 = \frac{4}{9}$ ，又 $a^2 + b^2 = 68$ ，则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 如图，直角三角形 ABC 中， F 为 AB 上的点，且 $AF = 2FB$ ，四边形 $EBCD$ 为平行四边形，那么 $\frac{FD}{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



方程 $x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0$ 的系数 A, B, C 为整数， $|A| < 5, |B| < 5, |C| < 5$ ，且 1 是方程的一个根，那么这种方程总共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个

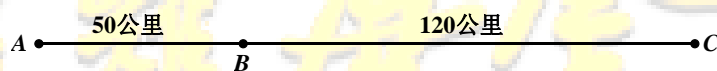
6. 一辆公交快车和一辆公交慢车沿某环路顺时针运行，它们的起点分别在 A 站和 B 站，快车每次回到 A 站休息 4 分钟，慢车每次回到 B 站休息 5 分钟，两

车在其他车站停留的时间不计. 已知沿顺时针方向 A 站到 B 站的路程是环路全程的 $\frac{2}{5}$, 两车环行一次各需 45 分钟和 51 分钟 (不包括休息时间), 那么它们从早上 6 时同时出发, 连续运行到晚上 10 时, 两车同在 B 站共_____次.

7. 如果 a, b, c 为不同的正整数, 且 $a^2 + b^2 = c^2$, 那么乘积 abc 最接近 2014 的值是_____.

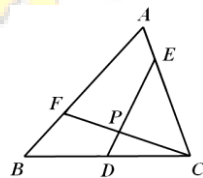
二、解答下列各题 (每题 10 分, 共 40 分, 要求写出简要过程)

8. 有三个农场在一条公路边, 如图 A, B 和 C 处. A 处农场年产小麦 50 吨, B 处农场年产小麦 10 吨, C 处农场年产小麦 60 吨. 要在这条公路边修建一个仓库收买这些小麦. 假设运费从 A 到 C 方向是 1.5 元/吨千米, 从 C 到 A 方向是 1 元/吨千米, 那么仓库应该建在何处才能使运费最低?



9. 如右图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 中点, $AF = 2FB$, $CE = 3AE$.

连接 CF 交 DE 于 P 点, 求 $\frac{EP}{DP}$ 的值.



10. 某地参加华杯赛决赛的 104 名小选手来自 14 所学校. 请证明: 一定有选手人数相同的两所学校.
11. 将一个四位数中的四个数字之和的两倍与这个四位数相加得 2379. 求这个四位数.

三、解答下列各题 (每小题 15 分, 共 30 分, 要求写出详细过程)

12. 求质数 a, b, c 使得 $15a + 7ab + bc = abc$.

13. 如果有理数 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 满足条件:

$$a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots \geq a_{10} \geq 0, \quad a_1 + a_2 \leq 10, \quad a_3 + a_4 + \dots + a_9 + a_{10} \leq 10,$$

那么 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_{10}^2$ 的最大值是多少？

华罗庚金杯