

初三数学期末考试题 1

一、选择题 (本题共 32 分, 每小题 4 分)

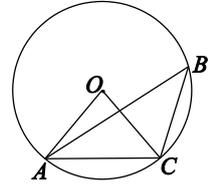
下面各题均有四个选项, 其中只有一个是符合题意的.

1. 二次函数 $y = (x-1)^2 + 2$ 的最小值是

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

2. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 若 $\angle ABC = 40^\circ$, 则 $\angle AOC$ 的度数为

- A. 20° B. 40°
C. 60° D. 80°



3. 两圆的半径分别为 2 和 3, 若圆心距为 5, 则这两圆的位置关系是

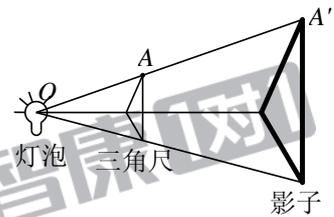
- A. 相交 B. 外离 C. 外切 D. 内切

4. 三角尺在灯泡 O 的照射下在墙上形成的影子如图所示.

若 $OA = 20\text{cm}$, $OA' = 50\text{cm}$, 则这个三角尺的周长

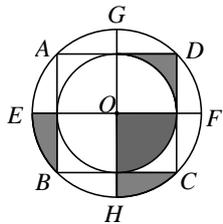
与它在墙上形成的影子的周长的比是

- A. 5:2 B. 2:5
C. 4:25 D. 25:4



5. 如图, 正方形 $ABCD$ 的内切圆和外接圆的圆心为 O , EF 与 GH 是此外接圆的直径, $EF=4$, $AD \perp GH$, $EF \perp GH$, 则图中阴影部分的面积是

- A. π B. 2π
C. 3π D. 4π



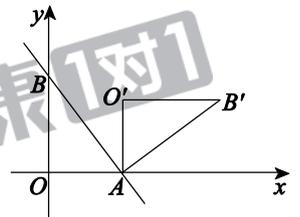
6. 袋子里有三枚除颜色外都相同的棋子, 其中有两枚是红色的, 一枚是绿色的. 从中随机同时摸出两枚, 则摸出的两枚棋子颜色相同的概率是

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

7. 如图, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点,

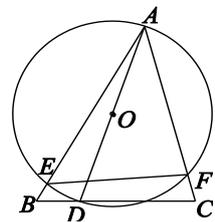
$\triangle AOB$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle AO'B'$, 则点 B 的对应点 B' 的坐标为

- A. (3, 4) B. (7, 4) C. (7, 3) D. (3, 7)



8. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $\angle ACB = 75^\circ$, 点 D 是 BC 边上一个动点, 以 AD 为直径作 $\odot O$, 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F , 若弦 EF 长度的最小值为 1, 则 AB 的长为

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{2}{3}\sqrt{6}$ C. 1.5 D. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

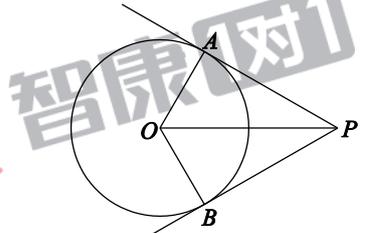


二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 4 分)

9. 扇形的半径为 9, 且圆心角为 120° , 则它的弧长为_____.

10. 已知抛物线 $y = x^2 - x - 3$ 经过点 $A(2, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是_____.

11. 如图, PA 、 PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A 、 B 两点, 且 $OP=2$, $\angle APB=60^\circ$. 若点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $AC=\sqrt{2}$, 则圆周角 $\angle CAB$ 的度数为_____.



12. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 $(1,0)$ 和 $(x_1,0)$, 其中 $-2 < x_1 < -1$, 与 y 轴交于正半轴上一点. 下列结论: ① $b > 0$; ② $ac < \frac{1}{4}b^2$; ③ $a > b$; ④ $-a < c < -2a$. 其中所有正确结论的序号是_____.

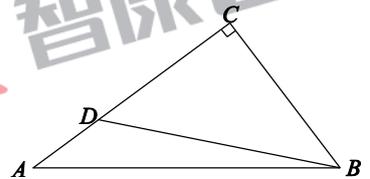
三、解答题 (本题共 30 分, 每小题 5 分)

13. 计算: $\sqrt{2} \sin 60^\circ - 4 \cos^2 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \tan 60^\circ$.

14. 已知抛物线 $y = x^2 - 4x + 1$.

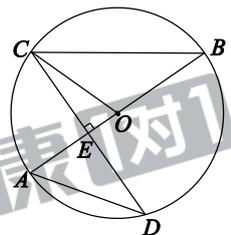
- (1) 用配方法将 $y = x^2 - 4x + 1$ 化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;
- (2) 将此抛物线向右平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位, 求平移后所得抛物线的解析式.

15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在 AC 边上. 若 $DB=6$, $AD = \frac{1}{2}CD$, $\sin \angle CBD = \frac{2}{3}$, 求 AD 的长和 $\tan A$ 的值.



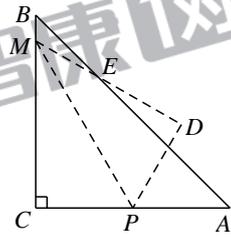
16. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的一条弦, 且 $CD \perp AB$ 于点 E .

- (1) 求证: $\angle BCO = \angle D$;
- (2) 若 $CD = 4\sqrt{2}$, $AE = 2$, 求 $\odot O$ 的半径.



17. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=6$, 点 P 为 AC 边中点, 点 M 是 BC 边上一点, 将 $\triangle CPM$ 沿直线 MP 翻折, 交 AB 于点 E , 点 C 落在点 D 处, $\angle BME=120^\circ$.

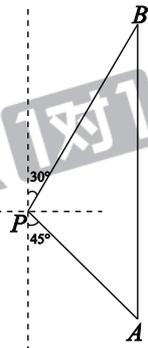
(1) 求 $\angle CMP$ 的度数; (2) 求 BM 的长.



18. 如图, 一艘海轮位于灯塔 P 的南偏东 45° 方向, 距离灯塔 100 海里的 A 处, 它计划沿正北方向航行, 去往位于灯塔 P 的北偏东 30° 方向上的 B 处.

(1) B 处距离灯塔 P 有多远?

(2) 圆形暗礁区域的圆心位于 PB 的延长线上, 距离灯塔 200 海里的 O 处. 已知圆形暗礁区域的半径为 50 海里, 进入圆形暗礁区域就有触礁的危险. 请判断若海轮到达 B 处是否有触礁的危险, 并说明理由.



四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

19. 已知抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$.

(1) 它与 x 轴的交点的坐标为_____;

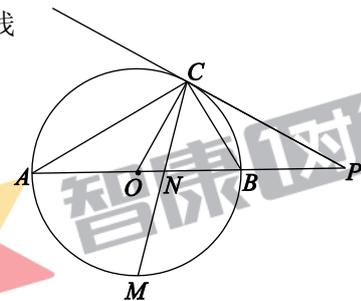
(2) 在坐标系中利用描点法画出它的图象;

(3) 将该抛物线在 x 轴下方的部分(不包含与 x 轴的交点)记为 G , 若直线 $y = x + b$ 与 G 只有一个公共点, 则 b 的取值范围是_____.

20. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 过点 C 的直线与 AB 的延长线交于点 P , $\angle COB = 2\angle PCB$.

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 点 M 是弧 AB 的中点, CM 交 AB 于点 N , 若 $MN \cdot MC = 8$, 求 $\odot O$ 的直径.



21. 平面直角坐标系 xOy 中，原点 O 是正三角形 ABC 外接圆的圆心，点 A 在 y 轴的正半轴上， $\triangle ABC$ 的边长为 6. 以原点 O 为旋转中心将 $\triangle ABC$ 沿逆时针方向旋转 α 角，得到 $\triangle A'B'C'$ ，点 A' 、 B' 、 C' 分别为点 A 、 B 、 C 的对应点.

(1) 当 $\alpha = 60^\circ$ 时，

①请在图 1 中画出 $\triangle A'B'C'$ ；

②若 AB 分别与 $A'C'$ 、 $A'B'$ 交于点 D 、 E ，则 DE 的长为_____；

(2) 如图 2，当 $A'C' \perp AB$ 时， $A'B'$ 分别与 AB 、 BC 交于点 F 、 G ，则点 A' 的坐标为_____， $\triangle FBG$ 的周长为_____， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 重叠部分的面积为_____.

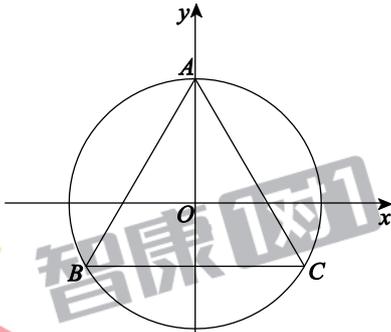


图 1

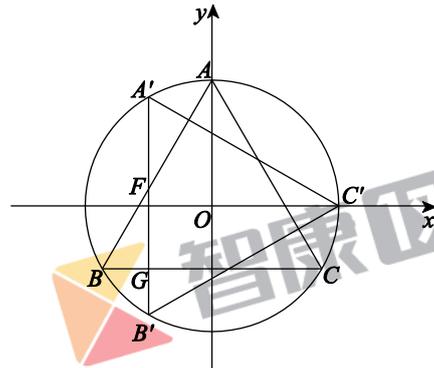


图 2

22. 阅读下面的材料：

小明在学习中遇到这样一个问题：若 $1 \leq x \leq m$ ，求二次函数 $y = x^2 - 6x + 7$ 的最大值. 他画图研究后发现， $x = 1$ 和 $x = 5$ 时的函数值相等，于是他认为需要对 m 进行分类讨论.

他的解答过程如下：

\because 二次函数 $y = x^2 - 6x + 7$ 的对称轴为直线 $x = 3$ ，

\therefore 由对称性可知， $x = 1$ 和 $x = 5$ 时的函数值相等.

\therefore 若 $1 \leq m < 5$ ，则 $x = 1$ 时， y 的最大值为 2；

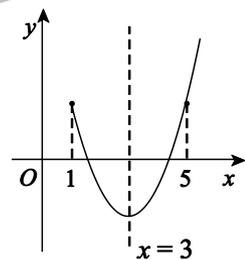
若 $m \geq 5$ ，则 $x = m$ 时， y 的最大值为 $m^2 - 6m + 7$.

请你参考小明的思路，解答下列问题：

(1) 当 $-2 \leq x \leq 4$ 时，二次函数 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 的最大值为_____；

(2) 若 $p \leq x \leq 2$ ，求二次函数 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 的最大值；

(3) 若 $t \leq x \leq t+2$ 时，二次函数 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 的最大值为 31，则 t 的值为_____.



五、解答题（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

23. 已知抛物线 $y_1 = x^2 + 2(1-m)x + n$ 经过点 $(-1, 3m + \frac{1}{2})$.

- (1) 求 $n-m$ 的值;
- (2) 若此抛物线的顶点为 (p, q) , 用含 m 的式子分别表示 p 和 q , 并求 q 与 p 之间的函数关系式;
- (3) 若一次函数 $y_2 = -2mx - \frac{1}{8}$, 且对于任意的实数 x , 都有 $y_1 \geq 2y_2$, 直接写出 m 的取值范围.

24. 以平面上一点 O 为直角顶点, 分别画出两个直角三角形, 记作 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$, 其中 $\angle ABO = \angle DCO = 30^\circ$.

(1) 点 E, F, M 分别是 AC, CD, DB 的中点, 连接 FM, EM .

①如图 1, 当点 D, C 分别在 AO, BO 的延长线上时, $\frac{FM}{EM} = \underline{\hspace{2cm}}$;

②如图 2, 将图 1 中的 $\triangle AOB$ 绕点 O 沿顺时针方向旋转 α 角 ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$), 其他条件不变, 判断 $\frac{FM}{EM}$ 的值是否发生变化, 并对你的结论进行证明;

(2) 如图 3, 若 $BO = 3\sqrt{3}$, 点 N 在线段 OD 上, 且 $NO = 2$. 点 P 是线段 AB 上的一个动点, 在将 $\triangle AOB$ 绕点 O 旋转的过程中, 线段 PN 长度的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

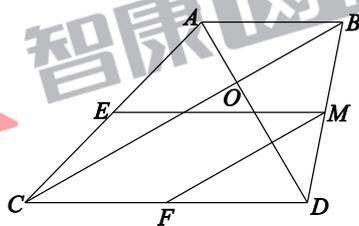


图 1

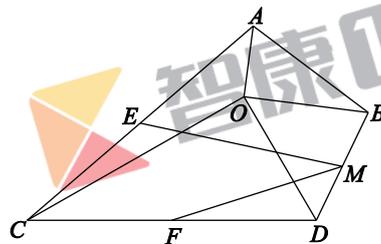


图 2

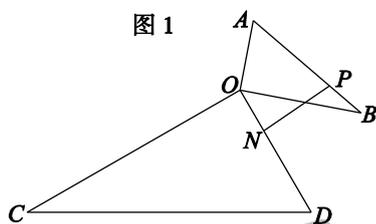
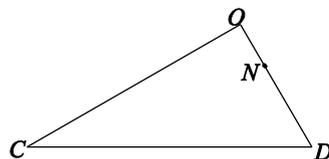


图 3



备用图

25. 如图 1, 平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 点 C 是 AB 的中点, $CD \perp AB$ 且 $CD = AB$. 直线 BE 与 y 轴平行, 点 F 是射线 BE 上的一个动点, 连接 AD 、 AF 、 DF .

(1) 若点 F 的坐标为 $(\frac{9}{2}, 1)$, $AF = \sqrt{17}$

①求此抛物线的解析式;

②点 P 是此抛物线上一个动点, 点 Q 在此抛物线的对称轴上, 以点 A 、 F 、 P 、 Q 为顶点构成的四边形是平行四边形, 请直接写出点 Q 的坐标;

(2) 若 $2b + c = -2$, $b = -2 - t$, 且 AB 的长为 kt , 其中 $t > 0$. 如图 2, 当 $\angle DAF = 45^\circ$ 时, 求 k 的值和 $\angle DFA$ 的正切值.

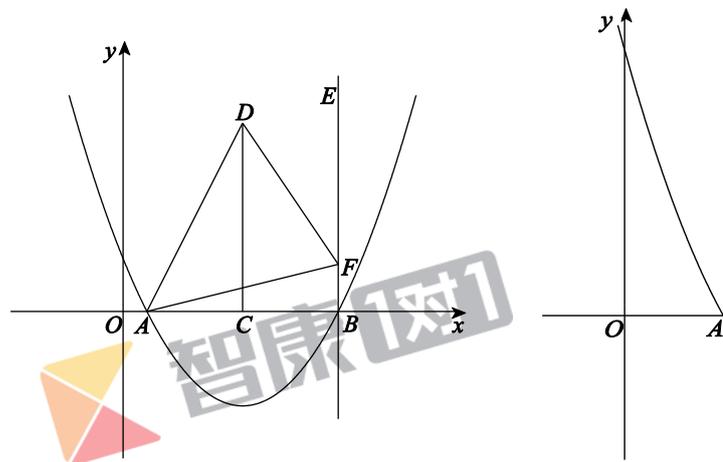


图 1

参考答案

一、选择题 (本题共 32 分, 每小题 4 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	D	C	B	A	D	C	B

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 4 分)

题号	9	10	11
答案	6π	$y_1 < y_2$	15 或 75°

阅卷说明: 第 11 题写对一个答案得 2 分. 第 12 题只写②或只写④得 2 分; 有错解得 0 分.

三、解答题 (本题共 30 分, 每小题 5 分)

13. 解: 原式 $= \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{3}$ 4 分
 $= \sqrt{6} - 3$ 5 分

14. 解: (1) $y = x^2 - 4x + 1$
 $= (x^2 - 4x + 4) - 3$
 $= (x - 2)^2 - 3$ 2 分
 (2) \because 抛物线 $y = x^2 - 4x + 1$ 的顶点坐标为 $(2, -3)$, 3 分
 \therefore 平移后的抛物线的顶点坐标为 $(3, -1)$ 4 分
 \therefore 平移后所得抛物线的解析式为 $y = (x - 3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 8$ 5 分

15. 解: 如图 1.

在 $\text{Rt}\triangle DBC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin \angle CBD = \frac{2}{3}$, $DB = 6$,

$\therefore CD = DB \cdot \sin \angle CBD = 6 \times \frac{2}{3} = 4$ 1 分

$\therefore AD = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ 2 分

$\therefore CB = \sqrt{BD^2 - CD^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$, 3 分

$AC = AD + CD = 2 + 4 = 6$, 4 分

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,

$\therefore \tan A = \frac{CB}{AC} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ 5 分

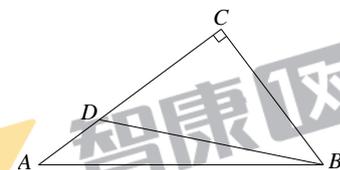


图 1

16. (1) 证明: 如图 2.

$\because OC = OB$,
 $\therefore \angle BCO = \angle B$ 1 分

$\because \angle B = \angle D$,
 $\therefore \angle BCO = \angle D$ 2 分

(2) 解: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, 且 $CD \perp AB$ 于点 E ,

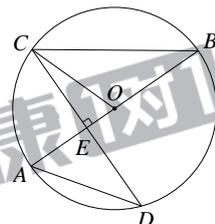


图 2

$$\therefore CE = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}. \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

在 $Rt\triangle OCE$ 中, $OC^2 = CE^2 + OE^2$,

设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OC=r$, $OE=OA-AE=r-2$,

$$\therefore r^2 = (2\sqrt{2})^2 + (r-2)^2. \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

解得 $r=3$.

$\therefore \odot O$ 的半径为 3. $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

17. 解: 如图 3. 12999 数学网

(1) \because 将 $\triangle CPM$ 沿直线 MP 翻折后得到 $\triangle DPM$,

$$\therefore \angle CMP = \angle DMP. \quad \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\therefore \angle BME = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle CMP = 30^\circ. \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

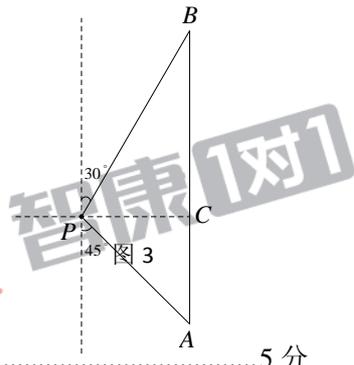
(2) $\because AC=6$, 点 P 为 AC 边中点,

$$\therefore CP=3. \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

在 $Rt\triangle CMP$ 中, $CP=3$, $\angle MCP=90^\circ$, $\angle CMP=30^\circ$,

$$\therefore CM=3\sqrt{3}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore BM=6-3\sqrt{3}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$



18. 解: (1) 作 $PC \perp AB$ 于 C . (如图 4)

在 $Rt\triangle PAC$ 中, $\angle PCA=90^\circ$, $\angle CPA=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$$\therefore PC = PA \cdot \cos 45^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2}. \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

在 $Rt\triangle PCB$ 中, $\angle PCB=90^\circ$, $\angle PBC=30^\circ$.

$$\therefore PB = 2PC = 100\sqrt{2}.$$

答: B 处距离灯塔 P 有 $100\sqrt{2}$ 海里. $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

(2) 海轮若到达 B 处没有触礁的危险. $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

理由如下:

$$\therefore OB = OP - PB = 200 - 100\sqrt{2},$$

而 $100\sqrt{2} < 150$,

$$\therefore 200 - 100\sqrt{2} > 200 - 150.$$

$$\therefore OB > 50. \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$\therefore B$ 处在圆形暗礁区域外, 没有触礁的危险.

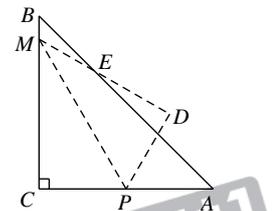


图 4

四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

19. 解: (1) 它与 x 轴的交点的坐标为 $(-1, 0)$, $(3, 0)$;

$\dots\dots\dots 1 \text{分}$

(2) 列表:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	0	-3	-4	-3	0	...

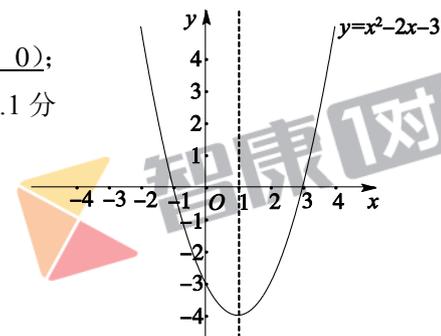


图 5

图象 (如图 5); 3 分

(3) b 的取值范围是 $-3 \leq b < 1$ 或 $b = -\frac{21}{4}$ 5 分

阅卷说明: 只写 $-3 \leq b < 1$ 或只写 $b = -\frac{21}{4}$ 得 1 分.

20. (1) 证明: $\because OA=OC,$

$\therefore \angle A = \angle ACO.$

$\therefore \angle COB = 2\angle ACO.$

又 $\because \angle COB = 2\angle PCB,$

$\therefore \angle ACO = \angle PCB.$ 1 分

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACO + \angle OCB = 90^\circ.$

$\therefore \angle PCB + \angle OCB = 90^\circ$; 即 $OC \perp CP.$

$\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线. 2 分

(2) 解: 连接 MA 、 MB . (如图 6)

\because 点 M 是弧 AB 的中点,

$\therefore \angle ACM = \angle BAM.$

$\because \angle AMC = \angle AMN,$

$\therefore \triangle AMC \sim \triangle NMA$ 3 分

$\therefore \frac{AM}{NM} = \frac{MC}{MA}$.

$\therefore AM^2 = MC \cdot MN.$

$\because MC \cdot MN = 8,$

$\therefore AM = 2\sqrt{2}$ 4 分

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, 点 M 是弧 AB 的中点,

$\therefore \angle AMB = 90^\circ, AM = BM = 2\sqrt{2}.$

$\therefore AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = 4$ 5 分

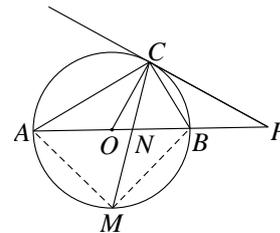


图 6

21. 解: (1) ①如图 7 所示; 1 分

② DE 的长为 2; 2 分

(2) 点 A' 的坐标为 $(-\sqrt{3}, 3)$, $\triangle FBG$ 的周长为 6,

$\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 重叠部分的面积为 $27 - 9\sqrt{3}$.

..... 5 分

阅卷说明: 第 (2) 问每空 1 分.

22. 解: (1) 当 $-2 \leq x \leq 4$ 时, 二次函数 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 的最大值为 49;

..... 1 分

(2) \because 二次函数 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 的对称轴为直线 $x = -1$,

\therefore 由对称性可知, $x = -4$ 和 $x = 2$ 时函数值相等.



图 7

∴若 $-4 < p \leq 2$, 则 $x = 2$ 时, y 的最大值为 17.2 分

若 $p \leq -4$, 则 $x = p$ 时, y 的最大值为 $2p^2 + 4p + 1$3 分

(3) t 的值为 1 或 -5.5 分

阅卷说明: 只写 1 或只写 -5 得 1 分; 有错解得 0 分.

五、解答题 (本题共 22 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 7 分, 第 25 题 8 分)

23. 解: (1) ∵ 抛物线 $y_1 = x^2 + 2(1-m)x + n$ 经过点 $(-1, 3m + \frac{1}{2})$,

$$\therefore 3m + \frac{1}{2} = (-1)^2 + 2(1-m) \times (-1) + n.$$

$$\therefore n - m = \frac{3}{2}. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(2) ∵ $y_1 = x^2 + 2(1-m)x + m + \frac{3}{2}$,

$$\therefore p = m - 1, \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$q = -m^2 + 3m + \frac{1}{2}. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore p = m - 1,$$

$$\therefore m = p + 1.$$

$$\therefore q = -(p+1)^2 + 3(p+1) + \frac{1}{2}.$$

$$\therefore q = -p^2 + p + \frac{5}{2}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(3) m 的取值范围是 $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ 且 $m \neq 0$7 分

阅卷说明: 只写 $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ 或只写 $m \neq 0$ 得 1 分.

24. 解: (1) ① $\frac{FM}{EM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;1 分

② 结论: $\frac{FM}{EM}$ 的值不变. (阅卷说明: 判断结论不设给分点)

证明: 连接 EF 、 AD 、 BC . (如图 8)

∵ Rt $\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle ABO = 30^\circ$,

$$\therefore \frac{AO}{BO} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

∵ Rt $\triangle COD$ 中, $\angle COD = 90^\circ$, $\angle DCO = 30^\circ$,

$$\therefore \frac{DO}{CO} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore \frac{AO}{BO} = \frac{DO}{CO} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

又 ∵ $\angle AOD = 90^\circ + \angle BOD$, $\angle BOC = 90^\circ + \angle BOD$,

∴ $\angle AOD = \angle BOC$.

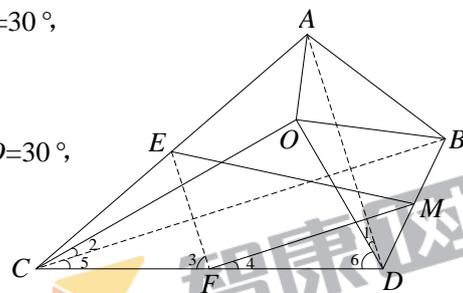


图 8

∴ $\triangle AOD \sim \triangle BOC$ 2分

∴ $\frac{AD}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\angle 1 = \angle 2$.

∵ 点 E、F、M 分别是 AC、CD、DB 的中点,

∴ $EF \parallel AD$, $FM \parallel CB$, 且 $EF = \frac{1}{2}AD$, $FM = \frac{1}{2}CB$.

∴ $\frac{EF}{FM} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 3分

$\angle 3 = \angle ADC = \angle 1 + \angle 6$, $\angle 4 = \angle 5$.

∴ $\angle 2 + \angle 5 + \angle 6 = 90^\circ$,

∴ $\angle 1 + \angle 4 + \angle 6 = 90^\circ$, 即 $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$.

∴ $\angle EFM = 90^\circ$ 4分

∵ 在 $Rt\triangle EFM$ 中, $\angle EFM = 90^\circ$, $\tan \angle EMF = \frac{EF}{FM} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

∴ $\angle EMF = 30^\circ$.

∴ $\frac{FM}{EM} = \cos \angle EMF = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5分

(2) 线段 PN 长度的最小值为 $\frac{3\sqrt{3}-2}{2}$, 最大值为 $\frac{3\sqrt{3}+2}{2}$ 7分

阅卷说明：第(2)问每空1分.

25. 解：(1) ① ∵ 直线 BE 与 y 轴平行, 点 F 的坐标为 $(\frac{9}{2}, 1)$,

∴ 点 B 的坐标为 $(\frac{9}{2}, 0)$, $\angle FBA = 90^\circ$, $BF = 1$.

在 $Rt\triangle ABF$ 中, $AF = \sqrt{17}$,

∴ $AB = \sqrt{AF^2 - BF^2} = \sqrt{17 - 1} = 4$.

∴ 点 A 的坐标为 $(\frac{1}{2}, 0)$.

∴ 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{2})(x - \frac{9}{2}) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{9}{8}$ 1分

② 点 Q 的坐标为 $Q_1(\frac{5}{2}, 3)$, $Q_2(\frac{5}{2}, 5)$, $Q_3(\frac{5}{2}, 7)$ 4分

阅卷说明：答对1个得1分.

(2) ∵ $2b + c = -2$, $b = -2 - t$,

∴ $c = 2t + 2$.

∴ $y = \frac{1}{2}x^2 - (2+t)x + 2t + 2$.

由 $\frac{1}{2}x^2 - (2+t)x + 2t + 2 = 0$,

$(x-2)(x-2t-2) = 0$.

解得 $x_1 = 2$, $x_2 = 2t + 2$.

$\because t > 0,$

\therefore 点 A 的坐标为 $(2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(2t+2, 0)$.

$\therefore AB = 2t + 2 - 2 = 2t$, 即 $k = 2$ 5分

方法一: 过点 D 作 $DG \parallel x$ 轴交 BE 于点 G , $AH \parallel BE$ 交直线 DG 于点 H , 延长 DH 至点 M , 使 $HM = BF$, 连接 AM . (如图 9)

$\because DG \parallel x$ 轴, $AH \parallel BE$,

\therefore 四边形 $ABGH$ 是平行四边形.

$\because \angle ABF = 90^\circ,$

\therefore 四边形 $ABGH$ 是矩形.

同理四边形 $CBGD$ 是矩形.

$\therefore AH = GB = CD = AB = GH = 2t.$

$\because \angle HAB = 90^\circ, \angle DAF = 45^\circ,$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 45^\circ.$

在 $\triangle AFB$ 和 $\triangle AMH$ 中,

$$\begin{cases} AB = AH, \\ \angle ABF = \angle AHM = 90^\circ, \\ BF = HM, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AMH$ 6分

$\therefore \angle 1 = \angle 3, AF = AM, \angle 4 = \angle M.$

$\therefore \angle 3 + \angle 2 = 45^\circ.$

在 $\triangle AFD$ 和 $\triangle AMD$ 中,

$$\begin{cases} AF = AM, \\ \angle FAD = \angle MAD, \\ AD = AD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFD \cong \triangle AMD$.

$\therefore \angle DFA = \angle M, FD = MD.$

$\therefore \angle DFA = \angle 4$ 7分

$\because C$ 是 AB 的中点,

$\therefore DG = CB = HB = t.$

设 $BF = x$, 则 $GF = 2t - x, FD = MD = t + x.$

在 $Rt\triangle DGF$ 中, $DF^2 = DG^2 + GF^2,$

$$\therefore (t+x)^2 = t^2 + (2t-x)^2 \quad \text{解得 } x = \frac{2t}{3}.$$

$\therefore \tan \angle DFA = \tan \angle 4 = \frac{AB}{FB} = 2t \div \frac{2t}{3} = 3$ 8分

方法二: 过点 D 作 $DM \perp AF$ 于 M . (如图 10)

$\because CD \perp AB, DM \perp AF,$

深圳智康交流 Q 群: 小学: 254317299 初中: 904826950 高中: 176856672

更多资料点击 <http://sz.jiajiaoban.com/>

咨询电话: 4000-121-121



图 9

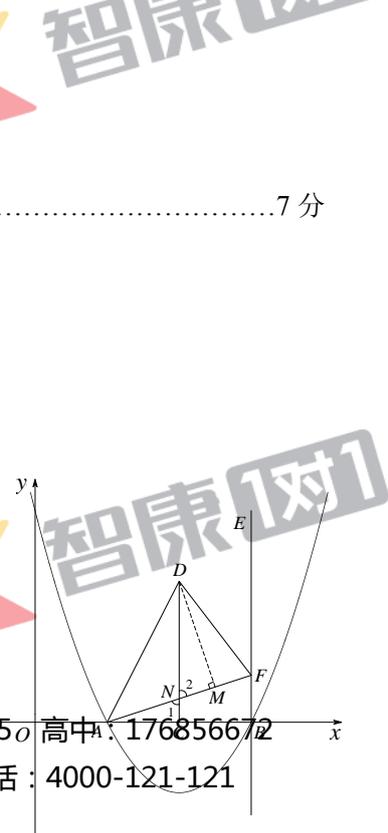


图 10

$$\therefore \angle NCA = \angle DMN = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle NAC = \angle NDM.$$

$$\therefore \tan \angle NAC = \tan \angle NDM.$$

$$\therefore \frac{NC}{AC} = \frac{NM}{DM} \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$\therefore C$ 是 AB 的中点, $CD = AB = 2t$,

$$\therefore AC = t, \quad AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{t^2 + (2t)^2} = \sqrt{5}t.$$

$$\therefore \angle DAM = 45^\circ,$$

$$\therefore DM = AM = AD \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{5}t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2}t.$$

设 $CN = x$, 则 $DN = 2t - x$.

$$\therefore \frac{x}{t} = \frac{NM}{\frac{\sqrt{10}}{2}t}$$

$$\therefore NM = \frac{\sqrt{10}}{2}x.$$

在 $\text{Rt}\triangle DNM$ 中, $DN^2 = DM^2 + NM^2$,

$$\therefore (2t - x)^2 = \left(\frac{\sqrt{10}}{2}t\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{10}}{2}x\right)^2.$$

$$3x^2 + 8tx - 3t^2 = 0.$$

$$(3x - t)(x + 3t) = 0.$$

$$\therefore x_1 = \frac{t}{3}, \quad x_2 = -3t \text{ (舍)}.$$

$$\therefore CN = \frac{t}{3} \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

$$AN = \sqrt{t^2 + \left(\frac{t}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{3}t.$$

$\therefore EB \parallel y$ 轴,

$\therefore EB \perp x$ 轴.

$\therefore CD \perp AB$,

$\therefore CD \parallel EB$.

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AN}{AF} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore AF = \frac{2\sqrt{10}}{3}t.$$

$$\therefore MF = AF - AM = \frac{2\sqrt{10}}{3}t - \frac{\sqrt{10}}{2}t = \frac{\sqrt{10}}{6}t.$$

$$\therefore \tan \angle DFA = \frac{DM}{MF} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{2}t}{\left(\frac{\sqrt{10}}{6}t\right)} = 3 \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

