2013 秋季新高三入学测试

数学(文)参考答案

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

题号	第 1 题	第 2 题	第 3 题	第 4 题	第 5 题	第 6 题	第 7 题	第 8 题
答案	A	C	B	A	B	D	A	C

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分，把答案填在题中横线上．

9. $-\frac{12}{13}$，$-\frac{14}{5}$．（第一空 3 分，第二空 2 分）

10. 90．

11. $\sqrt{2}$．

12. 1．

13. 9．

14. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

15. （本小题共 13 分）

（Ⅰ）解：$f(x)=\sin 2x+\cos 2x$ ……3 分

$=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ ……5 分

所以，$f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$ ……7 分

（Ⅱ）解：因为 $x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$

所以 $2x+\frac{\pi}{4}\in[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$ ……9 分

所以，当 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$，即 $x=\frac{\pi}{8}$ 时，$f(x)$ 有最大值 $\sqrt{2}$；……11 分

当 $2x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}$，即 $x=-\frac{\pi}{4}$ 时，$f(x)$ 有最小值 -1．……13 分

16. （本小题共 13 分）

（I）解：$21\times\frac{6}{21+14+7}=3$，$14\times\frac{6}{21+14+7}=2$，$7\times\frac{6}{21+14+7}=1$ ……3 分

所以从小学、中学、大学中分别抽取的学校数目为 3，2，1 ……5 分

（II）解：在抽取的 6 所学校中，3 所小学分别记为 A_1，A_2，A_3，2 所中学分别记为 B_1，B_2，1 所大学记为 C ……6 分

则抽取 2 所学校的所有可能结果为 $\{A_1,A_2\}$，$\{A_1,A_3\}$，$\{A_1,B_1\}$，$\{A_1,B_2\}$，$\{A_1,C\}$，$\{A_2,A_3\}$，$\{A_2,B_1\}$，$\{A_2,B_2\}$，$\{A_2,C\}$，$\{A_3,B_1\}$，$\{A_3,B_2\}$，$\{A_3,C\}$，$\{B_1,B_2\}$，$\{B_1,C\}$，$\{B_2,C\}$，共 15 种；……10 分

设抽取的 2 所学校均为小学为事件 A，则事件 A 的所有可能结果为 $\{A_1,A_2\}$，$\{A_1,A_3\}$，$\{A_2,A_3\}$，共 3 种．……12 分

所以 $P(A)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$ ……13 分

17. （本小题共 14 分）

（I）因为平面 $PAB\perp$ 底面 $ABCD$，$PA\perp AB$，

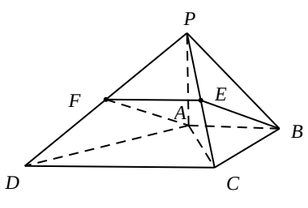
$PA\subset$ 平面 PAB，平面 $PAB\cap$ 底面 $ABCD=AB$ ……2 分

所以 $PA\perp$ 底面 $ABCD$ ……4 分

（II）取 PD 中点 F，连接 EF，BE，AF ……5 分

因为 E 是 PC 中点

所以 $EF\parallel CD$，$EF=\frac{1}{2}CD$ ……6 分



又因为 $AB\parallel CD$，$AB=\frac{1}{2}CD$

所以 $AB\parallel EF$，$AB=EF$

所以四边形 $ABEF$ 是平行四边形……7 分

所以 $BE\parallel AF$，

又 $AF\subset$ 平面 PAD，$BE\not\subset$ 平面 PAD ……8 分

所以 $BE\parallel$ 平面 PAD；……9 分

（III）连接 AC，因为 $AB\perp BC$，$AB=BC=1$

所以 $AC=\sqrt{2}$，……10 分

又因为 $AB\parallel CD$，所以四边形 $ABCD$ 为直角梯形，

又 $AB=BC=1,CD=2$，易求得 $AD=\sqrt{2}$；……11 分

所以在 ΔDAC 中，有 $AD^2+AC^2=CD^2$

所以 $AC\perp AD$ ……12 分

又（I）知 $PA\perp$ 底面 $ABCD$

又 $AC\subset$ 底面 $ABCD$

所以 $AC\perp PA$

又 $PA\cap AD=A$

所以 $AC\perp$ 平面 PAD ……13 分

又 $AC\subset$ 平面 PAC

所以平面 $PAD\perp$ 平面 PAC ……14 分

18. （本小题满分 13 分）

（Ⅰ）解：$f'(x)=2x+\cos x+x(-\sin x)-\cos x=x(2-\sin x)$，$x\in\mathbf{R}$……3 分

依题意，$f'(a)=0$……4 分

所以，$a(2-\sin a)=0$

解得，$a=0$……5 分

所以$b=f(a)=f(0)=1$……6 分

（Ⅱ）令 $f'(x)=0$，得$x(2-\sin x)=0$，

解得，$x=0$……7 分

所以

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	↘	极小值	↗

……10 分

所以，当$x=0$时，$f(x)$有唯一极小值也是最小值1．……11 分

所以若使曲线$y=f(x)$与直线$y=b$有两个不同的交点

则$b>1$．

即b的取值范围是$(1,+\infty)$．……13 分

19. （本小题满分 14 分）

（I）依题意，可设椭圆 E 的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$．

由$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}\Rightarrow a=2c,b^2=a^2-c^2=3c^2$ ……2 分

∵ 椭圆经过点$(1,\frac{3}{2})$，则$\frac{1}{4c^2}+\frac{9}{12c^2}=1$，解得$c^2=1$……3 分

∴ 椭圆的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$……4 分

（II）设A,B两点坐标分别为$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

联立方程组$\begin{cases}y=kx-2\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，消去 y 整理得$(4k^2+3)x^2-16kx+4=0$……5 分

∵ 直线与椭圆有两个交点，

∴ $\begin{cases}\Delta=(-16k)^2-16(4k^2+3)>0\\ x_1+x_2=\frac{16k}{4k^2+3}\\ x_1x_2=\frac{4}{4k^2+3}\end{cases}$ ……8 分

∵ 原点O在以 AB 为直径的圆上，

∴ $\angle AOB$为直角，即$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$．……10 分

则$\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}=(x_1,y_1)\bullet(x_2,y_2)=x_1x_2+y_1y_2=(k^2+1)x_1x_2-2k(x_1+x_2)+4$

$=(k^2+1)\frac{4}{4k^2+3}-2k\frac{16k}{4k^2+3}+4=0$……12 分

解得$k^2=\frac{4}{3}$，

所以$k=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

即直线斜率k的值为$\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ……14 分

20. （本小题满分 13 分）

（I）解：依题意，$a_n=1+2(n-1)=2n-1$……1 分

假设数列$\{a_n\}$是“$p-$摆动数列”，

即存在常数p，总有$2n-1<p<2n+1$对任意n成立，……3 分

不妨取$n=1$时则$1<p<3$，取$n=2$时则$3<p<5$，显然常数p不存在，

所以数列$\{a_n\}$不是“$p-$摆动数列”； ……4 分

（II）解：依题意，$b_n=q^{n-1}$……5 分

因为数列$\{b_n\}$为“$0-$摆动数列”

所以$b_{n+1}b_n<0$对任意正整数n成立……7 分

所以$q^n\cdot q^{n-1}=q^{2n-1}<0$

所以$q<0$

即q的取值范围是$(-\infty,0)$．……8 分

（III）由数列$\{c_n\}$为“$p-$摆动数列”，$c_1=1\Rightarrow c_2=\frac{1}{2}$，

即存在常数$\frac{1}{2}<p<1$，使对任意正整数n，总有$(c_{n+1}-p)(c_n-p)<0$成立；

即有$(c_{n+2}-p)(c_{n+1}-p)<0$成立．则$(c_{n+2}-p)(c_n-p)>0$，……9 分

所以$c_1>p>\Rightarrow c_3>p\Rightarrow\cdots\Rightarrow c_{2n-1}>p$．

同理$c_2<p\Rightarrow c_4<p\Rightarrow\cdots\Rightarrow c_{2n}<p$．……10 分

所以$c_{2n}<p<c_{2n-1}\Rightarrow\frac{1}{c_{2n-1}+1}<c_{2n-1}$，解得$c_{2n-1}>\frac{\sqrt{5}-1}{2}$即$p\le\frac{\sqrt{5}-1}{2}$．……11 分

同理$\frac{1}{c_{2n}+1}>c_{2n}$，解得$c_{2n}<\frac{\sqrt{5}-1}{2}$；即$p\ge\frac{\sqrt{5}-1}{2}$． ……12 分

综上$p=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$．……13 分