

2012 学年普陀区九年级数学期终调研试卷

参考答案及评分说明

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. (D); 2. (C); 3. (A); 4. (B); 5. (B); 6. (D).

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 16; 8. $(2\sqrt{5}-2)$; 9. $1:4$; 10. $m < 1$; 11. $y = -2(x-1)^2 - 2$;

12. -1; 13. $2\cos\alpha$; 14. \overline{EA} 和 \overline{CE} ; 15. 4; 16. 12; 17. 210; 18. $18\sqrt{3}$.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 解：原式 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}$ (4 分)

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{4} - \sqrt{3}$ (4 分)

$= -\frac{5\sqrt{3}}{8}$ (2 分)

20. 解： $(\frac{1}{2}\vec{a} + 3\vec{b}) - (\frac{3}{2}\vec{a} + \vec{b})$
 $= \frac{1}{2}\vec{a} + 3\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a} - \vec{b}$ (1 分)

$= -\vec{a} + 2\vec{b}$ (4 分)

画图正确 4 分（方法不限），结论 1 分.

21. (1) 证明： $\because AB=AD=25, \therefore \angle 1=\angle 2$ (1 分)

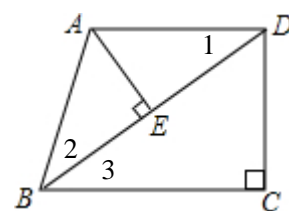
$\because AD \parallel BC, \therefore \angle 1=\angle 3$ (1 分)

$\therefore \angle 2=\angle 3$ (1 分)

$\because AE \perp BD,$

$\therefore \angle AEB = \angle C = 90^\circ$ (1 分)

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DBC$ (1 分)



(2) 解： $\because AB=AD$, 又 $AE \perp BD$, $\therefore BE=DE$.

$\therefore BD=2BE$ (1 分)

由 $\triangle ABE \sim \triangle DBC$, 得 $\frac{AB}{BD} = \frac{BE}{BC}$ (1 分)

$\because AB=AD=25, BC=32, \therefore \frac{25}{2BE} = \frac{BE}{32}$.

$\therefore BE=20$ (2 分)

$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{(25+20) \times (25-20)}$

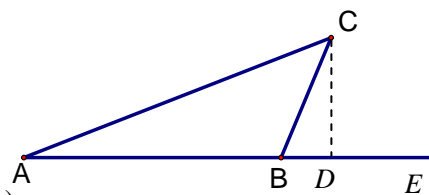
$= 15$ (1 分)

22. 解：过点 C 作 $CD \perp AE$ ，垂足为点 D ，

此时轮船离小岛最近， BD 即为所求。……(1 分)

由题意可知：

$\angle A = 21.3^\circ$ ， $AB = 80$ 海里， $\angle CBE = 63.5^\circ$ 。……(1 分)



在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\tan \angle A = \frac{CD}{AD} = \frac{2}{5}$ ，……(1 分)

$CD = \frac{2}{5}(80 + BD)$ ；……(1 分)

同理： $CD = 2BD$ ；……(2 分)

$\therefore 2BD = \frac{2}{5}(80 + BD)$ ，……(2 分)

解得： $BD = 20$ 。……(1 分)

答：轮船继续向东航行 20 海里，距离小岛 C 最近。……(1 分)

23.

(1) 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle ABE = \angle ECF = 90^\circ$ 。……(1 分)

$\because AE \perp EF$ ， $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 。

又 $\because \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 2$ ，……(1 分)

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECF$ 。……(1 分)

(2) 答： $\triangle ABH \sim \triangle ECM$ 。……(1 分)

证明： $\because BG \perp AC$ ， $\angle ABE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 4 + \angle BAG = \angle 5 + \angle BAG = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle 4 = \angle 5$ 。……(1 分)

由 (1) 知， $\angle 3 = \angle 2$ ，……(1 分)

$\therefore \triangle ABH \sim \triangle ECM$ 。……(1 分)

(3) 解：过点 M 作 $MR \perp BC$ ，垂足为 R 。……(1 分)

$\because AB = BE = EC = 2$ ，

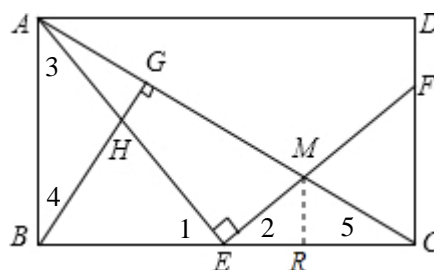
$\therefore AB : BC = MR : RC = 1 : 2$ ，……(1 分)

$\angle 1 = 45^\circ$ ， $CR = 2MR$ ，

$\therefore \angle 2 = 45^\circ$ ，……(1 分)

$\therefore ER = MR$ ，……(1 分)

$\therefore MR = \frac{2}{3}$ ， $\therefore EM = \frac{2}{3} \times \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 。……(1 分)



24. 解:

(1) 如图, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴, 垂足为点 C .

.....(1 分)

$\because \angle AOB = 120^\circ, \therefore \angle BOC = 60^\circ$. 又 $\because OA = OB = 4$,

$\therefore |OC| = 2, |BC| = 2\sqrt{3}$.

\therefore 点 B 的坐标为 $(-2, -2\sqrt{3})$(2 分)

(2) \because 抛物线过原点 O 和点 A, B ,

\therefore 可设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$,(1 分)

将 $A(4, 0), B(-2, -2\sqrt{3})$ 代入, 得

$$\begin{cases} 16a + 4b = 0, \\ 4a - 2b = -2\sqrt{3}. \end{cases} \quad \text{.....(2 分)}$$

解得
$$\begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{6}, \\ b = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \end{cases}$$

\therefore 此抛物线的解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{6}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x$(2 分)

(3) 存在.(1 分)

解: 如图, 抛物线的对称轴是 $x = 2$, 直线 $x = 2$ 与 x 轴的交点为 D ,

设点 P 的坐标为 $(2, y)$.

①若 $OB = OP$, 则 $2^2 + |y|^2 = 4^2$, 解得 $y = \pm 2\sqrt{3}$,

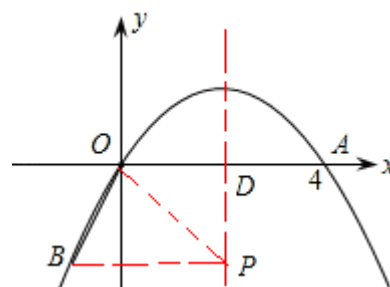
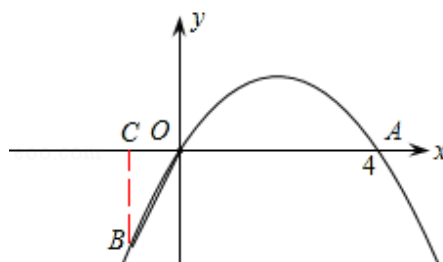
当 $y = 2\sqrt{3}$ 时, 在 $\text{Rt}\triangle POD$ 中, $\angle PDO = 90^\circ$,

$$\sin \angle POD = \frac{PD}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore \angle POD = 60^\circ.$$

$\therefore \angle POB = \angle POD + \angle AOB = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$,

即 P, O, B 三点在同一直线上. $\therefore y = 2\sqrt{3}$ 不符合题意, 舍去.

\therefore 点 P 的坐标为 $(2, -2\sqrt{3})$(1 分)



②若 $BO=BP$, 则 $4^2+|y+2\sqrt{3}|^2=4^2$, 解得 $y=-2\sqrt{3}$.

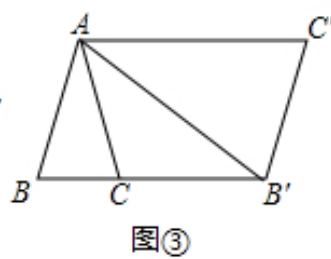
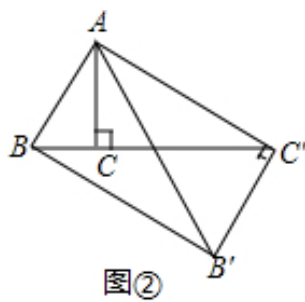
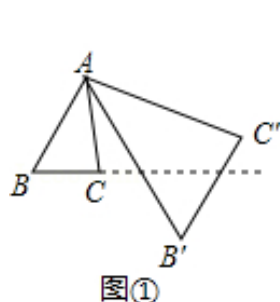
∴点 P 的坐标为 $(2, -2\sqrt{3})$(1 分)

③若 $PO=PB$, 则 $2^2+|y|^2=4^2+|y+2\sqrt{3}|^2$, 解得 $y=-2\sqrt{3}$.

∴点 P 的坐标为 $(2, -2\sqrt{3})$(1 分)

综上所述, 符合条件的点 P 只有一个, 其坐标为 $(2, -2\sqrt{3})$(1 分)

25.



解: (1) 3; 60.(2 分)

(2) ∵ 四边形 $ABB'C'$ 是矩形, ∴ $\angle BAC'=90^\circ$(1 分)

∴ $\theta = \angle CAC' = \angle BAC' - \angle BAC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$(1 分)

在 $\text{Rt}\triangle ABB'$ 中, $\angle ABB'=90^\circ$, $\angle BAB'=60^\circ$, ∴ $\angle AB'B=30^\circ$(1 分)

∴ $AB'=2AB$, 即 $n = \frac{AB'}{AB} = 2$(1 分)

(3) ∵ 四边形 $ABB'C'$ 是平行四边形, ∴ $AC' \parallel BB'$.

又 ∵ $\angle BAC=36^\circ$, ∴ $\theta = \angle CAC' = \angle ACB=72^\circ$(1 分)

∴ $\angle C'AB' = \angle BAC=36^\circ$(1 分)

而 $\angle B = \angle B$, ∴ $\triangle ABC \sim \triangle B'BA$(1 分)

∴ $AB : BB' = CB : AB$(1 分)

∴ $AB^2 = CB \cdot BB' = CB (BC + CB')$(1 分)

而 $CB' = AC = AB = B'C'$, $BC=1$, ∴ $AB^2 = 1(1+AB)$,(1 分)

解得, $AB = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$(1 分)

∵ $AB > 0$, ∴ $n = \frac{BC'}{BC} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$(1 分)

(以上各题, 若有其他解法, 请参照评分标准酌情给分)