2013 年“数学能力展示”读者评选活动

五年级组模拟考试卷解析

1. $\dfrac{11\times125\times137+411\times275}{[(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})\div22\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\times(\frac{1}{7}-\frac{1}{13})]\times462}=$_____。

【解析】原式$=\dfrac{11\times5\times25\times137+137\times3\times25\times11}{(\frac{5}{6}\times\frac{4}{91}+\frac{1}{6}\times\frac{6}{91})\times462}=\dfrac{11\times25\times137\times(5+3)}{\frac{26}{91\times6}\times3\times7\times2\times11}$

$=\dfrac{11\times25\times137\times8}{\frac{2\times13}{7\times13\times2\times3}\times3\times7\times2\times11}=\dfrac{11\times25\times137\times8}{2\times11}=13700$

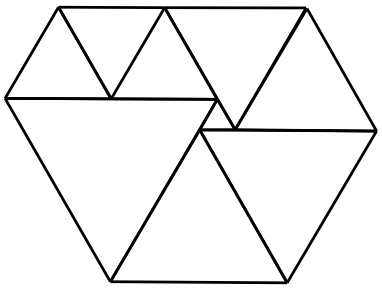
【答案】13700

2. 《莱茵德纸草书》（Rhind Papyrus）是世界上最古老的数学著作之一。书中有这样的题目：把 100 个面包分给 5 个人，使每人的面包数成等差数列，且使最大的三份之和的$\frac{1}{3}$是最小的两份之和，则最小 1 份的大小是_____。

【解析】最小的两份之和是最大三份之和的$\frac{1}{3}$，即占全部的$\frac{1}{1+3}=\frac{1}{4}$，$100\times\frac{1}{4}=25$。最大三项之和$\frac{1}{3}$的为这三项的中间项，即 a_4=25。同时，a_3=100×$\frac{1}{5}$=20。所以公差 d=25-20=5，$a_1=a_2$-2d=20-2×5=10。

【答案】10

3. 如图是由 9 个等边三角形拼成的六边形，已知中间最小的等边三角形的边长是 1，问：这个六边形的周长是多少?



【解析】设第二小的等边三角形边长为 a，则第三大的等边三角形边长为 a+1，次大的等边

三角形边长为 a+2，最大的等边三角形边长为 a+3，它也就是 2a，因此 a=3。

从而六边形的周长是 2×3+2×（3+1）+2×（3+2）+（3+3）=30。

【答案】30

4. 甲、乙两位同学都有游戏卡，他们一共只有三种卡，则他们各自拥有的游戏卡种类的情形有_____种。

【解析】枚举法。本题的关键点在于两位同学必须有 3 种卡片。

假设游戏卡有 A、B、C 三种，则以甲拥有卡片的种类分类。

① 甲只拥有一种卡片。例如，甲只有 A，则乙必须有 BC 两种卡。乙可以有 BC、ABC，两种情况。

同理，甲可以只用有 B 或 C，所以，2×3=6。

② 甲拥有两种卡片。例如，甲有 AB，则乙必须有 C 种卡片。乙拥有卡片种类的可能为：C、AC、BC、ABC，四种情况。

同理，甲可以拥有 AB、AC、BC，所以，3×4=12。

③ 甲拥有全部三种卡片。则乙拥有卡片的种类可能为：A、B、C、AB、AC、BC、ABC，七种情况。

所以，全部情况为：6+12+7=25。

【答案】25

5. 一个三位数，是 5 的倍数，将它的首、末数字交换后，还是三位数，它的五倍也是三位数，它的后两位数字的和是 60 的约数，这样的三位数中最大的是_____。

【解析】由第一个已知条件，此三位数是 5 的倍数，可以得出末位是 0 或 5；同时，首末位交换位置后依旧为 3 位数，可得末位非 0，即个位为 5。由于它的五倍也是三位数，可推断出百位是 1。据此，可设此三位数为 $\overline{1a5}$，并且（a+5）|60。60 的约数为 1、2、3、4、5、6、

10、12、15、20、30、60；a 为 1 位数，很容易试得 a 最大为 7。

【答案】175

6. 将数字 1、2、3、4、5 填入到下图方格中。

要求：

①每行每列不允许有重复数字；

②用“>”符号相邻的方格内数字满足大于号关系。

□ □ 3 5 2

□ 2 □ □ □

□ □ □＜□ □

∨

□ □ □ □ □

∨ ∧

□＞□ □ □ □

则第三行的数字所组成的五位数是_____。

【解析】

1 4 3 5 2

4 2 5 1 3

5 3 2＜4 1

∨

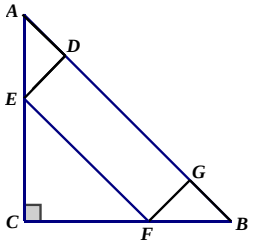
2 5 1 3 4

∨ ∧

3＞1 4 2 5

【答案】53241

7. 如图，△*ABC* 是等腰直角三角形，已知 *AC*=10， *DEFG* 是长方形，并且 *DG*=3*DE*，则△*CEF* 的面积是_____。



【解析】由已知 $AC=10$，易求$\triangle ABC$ 的面积为 $10\times10\div2=50$。同时，由 $DEFG$ 是长方形得出 $EF/\!/DG$。所以，$\triangle CEF$ 与$\triangle ABC$ 相似，根据相似模型定理，欲求$\triangle CEF$ 的面积，只要知道 EF 与 AB 的长度比即可。

因为$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，所以$\triangle ADE$，$\triangle BGF$ 也为等腰直角三角形且大小形状完全相同，即 $DE=AD=BG$。已知 $DG=3DE$，所以 $AB=5AD$，易得 $DG:AB=3:5$，即 $EF:AB=3:5$。所以，根据相似模型得 $S_{\triangle CEF}:S_{\triangle ABC}=3^2:5^2=9:25$。即 $S_{\triangle CEF}=50\div25\times9=18$。

【答案】18

8. 一个盒子里有 400 枚棋子，其中黑色和白色的棋子各 200 枚。下面我们对这些棋子做如下操作：每次拿出 2 枚棋子，如果颜色相同，就补 1 枚黑色棋子回去；如果颜色不同，就补 1 枚白色的棋子回去。这样的操作，实际上就是每次都少了 1 枚棋子，那么，经过 399 次操作后，最后剩下的棋子是_____颜色（选“黑”填“1”；选“白”填“2”）。

【解析】在每一次操作中，若拿出的两枚棋子同色，则补黑子 1 枚，所以拿出的白子可能为 0 枚和 2 枚；若拿出的两枚棋子异色，则补白子 1 枚，“两枚棋子异色”说明其中一黑一白，那么此时拿出的白子数为 0 枚，可见每次操作中拿出的白子都是偶数枚，而由于起初白子有 200 枚，是偶数枚，所以每次操作后剩下的白子都是偶数枚，因此最后 1 枚不可能是白子，只能是黑子。

【答案】1

9. 甲、乙两船分别在一条河的 A，B 两地同时相向而行，甲顺流而下，乙逆流而行。相遇时，甲、乙两船行了相等的航程，相遇后继续前进，甲到达 B 地，乙到达 A 地后，都立即按原来路线返航，两船第二次相遇时，甲船比乙船少行 1 千米。如果从第一次相遇到第二次相遇时间相隔 1 小时 20 分，则河水的流速为每小时_____米。

【解析】设甲船、乙船、河水的速度分别为 $V_{甲}$、$V_{乙}$、$V_{水}$。

根据两船第一次相遇的情况得：甲船的实际行驶速度为 $V_{甲}+V_{水}$；乙船的实际行驶速度为

$V_{乙}-V_{水}$。两船在中点相遇则说明两船实际行驶速度相等：$V_{甲}+V_{水}=V_{乙}-V_{水}$，即 $V_{乙}-V_{甲}=2V_{水}$。

两船实际行驶速度相同，继续行驶将同时到达 A、B 两地，同时掉头，并且两船的速度和为 $V_{甲}+V_{乙}$。

两船掉头后的情况为：甲船的实际行驶速度为 $V_{甲}-V_{水}$；乙船的实际行驶速度为 $V_{乙}+V_{水}$，两船的速度和依旧为 $V_{甲}+V_{乙}$。

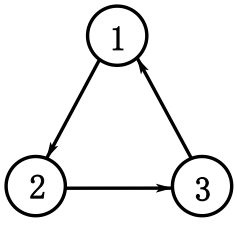
第一次相遇之后两船行驶到 A、B 两地和掉头后到第二次相遇的路程和速度和均相同，即行驶时间也相等，为 80÷2=40 分钟=$\frac{2}{3}$ 小时。

两船掉头后甲乙两船速度差为：$(V_{乙}+V_{水})-(V_{甲}-V_{水})=V_{乙}-V_{甲}+2V_{水}=4V_{水}$。同时，路程差为 1 千米，相遇时间为 $\frac{2}{3}$ 小时。

所以，速度差 $4V_{水}=1\div\frac{2}{3}$，解得 $V_{水}=0.375km/h=375m/h$。

【答案】375

10. 将 77、78、79 三个数分别写在图中所示的①、②、③三个小圆中，然后按下面的步骤修改这三个数：（1）将②中的数改为①中的数与②中的数之和；（2）将③中的数改为②（已改过）中数与③中的数之和；（3）将①中的数改为③中（已改过）数与①中的数之和；再回到第一步，循环做下去。如果在某一步做完后，三个圆圈的数都变成奇数，则停止运算。为了尽可能多运算几步，那么 78 应填在几号位置？



【解析】本题的解题关键在于所填三个数字得奇偶性，同时考察学生数的操作能力。三个数中只有 78 为偶数，所以偶数的位置决定了运算的步骤数。为了使运算量减小，可以只考虑

奇偶性，而不用 77、78、79 的实际计算结果，或者使用 1、2、1 代替 77、78、79 三个数，分别尝试将 78 填入三个位置：

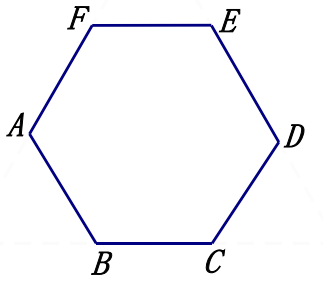
78 填在①号位置，第一步求和②号位置变为奇数，第二步求和③号位置变为偶数，第三步求和①号位置变为偶数，第四步求和②号位置变为奇数，第五步求和③号位置变为奇数，第六步求和①号位置变为奇数，停止运算，共六步。

78 填在②号位置，第一步求和②号位置变为奇数，停止运算，共一步。

78 填在③号位置，第一步求和②号位置变为偶数，第二步求和③号位置变为偶数，第三步求和①号位置变为奇数，第四步求和②号位置变为奇数，第五步求和③号位置变为奇数，停止运算，共五步。

【答案】1

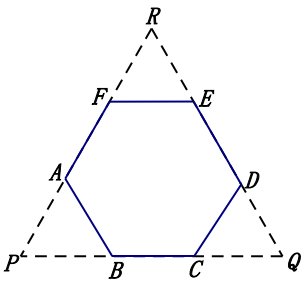
11. 如图，六边形 $ABCDEF$ 中，$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=\angle E=\angle F$，且 $AB+BC=11$，$FA-CD=3$，求 $BC+DE=$？



【解析】易知凸六边形内角和为 720°，所以每个内角都是 120°。延长 AF，BC，ED 相交成 $\triangle PQR$，容易发现，被“补”成的 $\triangle PQR$ 是一个正三角形，而补上取得 $\triangle FER$，$\triangle PAB$，$\triangle QCD$ 也都是正三角形（如下图）。

所以，$FA+AB=DE+CD$，$FA-CD=DE-AB=3$。

又因为 $AB+BC=11$，所以 $DE+BC=(AB+BC)+(DE-AB)=11+3=14$。



【答案】14

12. 含 0，1，2，3，4，5，6，7，8，9 十个数字的十位数称为“十全数”，如果某个“十全数”同时满足下列要求：

(1)它能分别被 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10，11，12 整除；

(2)它与 5020 的和能被 13 整除。

那么这样的“十全数”中最小的数的后五位是_____。

【解析】设该“十全数”为 N。首先，N 由 0~9 十个数字组成，各位数字和为 45，所以 N 一定是 3 和 9 的倍数。由于 N 是 5、10 的倍数，所以末位一定为 0，同时，N 是 11 的倍数，所以 N 的奇数位与偶数位数字之差（大减小）为 11 的倍数，简单尝试得 28-17=11。同时为使 N 最小，尽量将较小数字填在高位，可尝试填入数字得$\overline{1234abcde0}$，即 1+3+a+c+e=28，2+4+b+d=17。所以 a、c、e 三个数位对应的数字为 7、8、9；b、d 两个数位对应的数字为 5、6。因为 N 是 4 的倍数，所以 e=8，则 a=7，c=9；又由于 N 是 8 的倍数，所以 d=6，b=5。经试验 7|1234759680，初步确定 N=1234759680。由于 $5020\equiv 2\pmod{13}$，且 N 与 5020 的和为 13 的倍数，所以 $N\equiv 11\pmod{13}$。试验 $1234759680\equiv 11\pmod{13}$，所以 1234759680 为满足条件的最小的“十全数”，后五位为 59680。

【答案】59680