北京一零一中 2011-2012 学年度第一学期期中考试

高 二 数 学 （理）

命题：高二数学组　　审核：张燕菱

一、选择题共 10 小题。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 圆 $x^2+y^2-2x=0$ 与 $x^2+y^2+4y=0$ 的位置关系是（　　）

A. 外离　　B. 外切　　C. 相交　　D. 内切

2. 若圆 $x^2+y^2=4$ 和圆 $(x+2)^2+(y-2)^2=4$ 关于直线 l 对称，则直线 l 的方程是（　　）

A. $x+y=0$　　B. $x+y-2=0$　　C. $x-y-2=0$　　D. $x-y+2=0$

3. 直线 $x+2y=0$ 被圆 $x^2+y^2-6x-2y-15=0$ 截得的弦长等于（　　）

A. $5\sqrt{5}$　　B. $4\sqrt{5}$　　C. $3\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{5}$

4. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=2AB$，E 为 AA_1 中点，则异面直线 BE 和 CD_1 所成角的余弦值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{5}$

5. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，BB_1 与平面 ACD_1 所成角的余弦值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

6. 若集合 $P=\{1,2,3,4\}$，$Q=\{x|0<x<5\}$，则“$x\in P$”是“$x\in Q$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 下列四个条件中，使 $a>b$ 成立的充分而不必要条件是（　　）

A. $a>b+1$　　B. $a>b-1$　　C. $a^2>b^2$　　D. $a^3>b^3$

8. 若 $0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2}$，点 $(1,\cos\theta)$ 到直线 $x\cdot\sin\theta+y\cdot\cos\theta-1=0$ 的距离是 $\frac{1}{4}$，则这条直线的斜率是（　　）

A. 1　　B. -1　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

9. 过直线 $y=x$ 上的一点作圆 $(x-5)^2+(y-1)^2=2$ 的两条切线 l_1,l_2，当直线 l_1,l_2 关于直线 $y=x$ 对称时，l_1,l_2 的夹角为（　　）

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

10. 设两圆 C_1,C_2 都和两坐标轴相切，且都过点 $(4,1)$，则两圆心的距离 $|C_1C_2|=$（　　）

A. 4　　B. $4\sqrt{2}$　　C. 8　　D. $8\sqrt{2}$

二、填空题共 6 小题。

11. 若直线 $\sqrt{3}x-y+m=0$ 与圆 $x^2+y^2-2x-2=0$ 相切，则 $m=$ _____.

12. 经过点 $A(-5,2)$ 且在 x 轴上的截距等于在 y 轴上的截距的 2 倍的直线方程的一般式是 _____.

13. 若正方体的棱长为 $\sqrt{2}$，则以该正方体各个面的中心为顶点的凸多面体的体积为 _____.

14. 已知命题 $p:\forall x\in[1,2],x^2-a\geqslant 0$，命题 $q:\exists x\in\mathbf{R},x^2+2ax+2-a=0$，若命题“$p\wedge q$”是真命题，则实数 a 的取值范围是 _____.

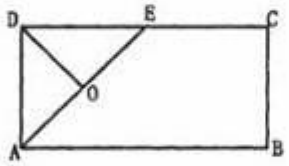
15. 一直线被两直线 $l_1:4x+y+6=0,l_2:3x-5y-6=0$ 截得的线段的中点恰好是坐标原点，则该直线方程的一般式是 _____.

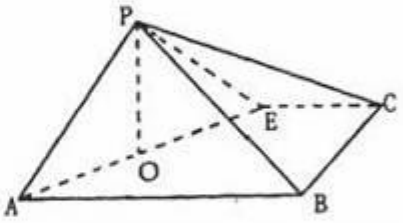
16. 给出下列命题：
①将空间中所有的单位向量的起点移到同一个点，则它们的终点构成一个圆；
②若空间向量 a,b 满足 $|a|=|b|$，则 $a=b$；
③在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，必有 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A_1C_1}$；
④命题“若 $a>b$，则 $a^2>b^2$”的否命题是“若 $a\leqslant b$，则 $a^2\leqslant b^2$”；
⑤命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2-1>0$”的否定是“$\forall x\in\mathbf{R},x^2-1\leqslant 0$”.
其中真命题的序号是 _____.

三、解答题共 4 小题。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 设集合 $A=\{x|-2-a<x<a,a>0\}$，命题 $p:1\in A$，命题 $q:2\in A$，若 $p\vee q$ 为真命题，$p\wedge q$ 为假命题，求 a 的取值范围.

18. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4,AD=2$，E 是 CD 的中点，O 为 AE 的中点，以 AE 为折痕将 $\triangle ADE$ 向上折起，使 D 到 P 点位置，且 $PC=PB$.
(1) 求证：$PO\perp$ 平面 $ABCE$；
(2) 求二面角 $E-AP-B$ 的余弦值.





19. 已知函数 $f(x)=x+\dfrac{a}{x}$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，且 $f(2)=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. 设点 P 是函数 $y=f(x)$ 图象上任意一点，过点 P 分别作直线 $y=x$ 和 y 轴的垂线，垂足分别为 M,N.
(1) 求 a 的值；
(2) $|PM|\cdot|PN|$ 是否为定值？若是，则求出该定值；若不是，则说明理由；
(3) 设 O 为坐标原点，求四边形 $OMPN$ 面积的最小值.

19. 已知函数 $f(x)=x+\frac{a}{x}$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，且 $f(2)=2+\frac{\sqrt{2}}{2}$. 设点 P 是函数 $y=f(x)$ 图象上任意一点，过点 P 分别作直线 $y=x$ 和 y 轴的垂线，垂足分别为 M,N.
(1) 求 a 的值；
(2) $|PM|\cdot|PN|$ 是否为定值？若是，则求出该定值；若不是，则说明理由；
(3) 设 O 为坐标原点，求四边形 $OMPN$ 面积的最小值.

20. 已知圆 $O:x^2+y^2=1$ 和定点 $A(2,1)$，由圆 O 外一点 $P(a,b)$ 向圆 O 引切线 PQ，切点为 Q，$|PQ|=|PA|$.
(1) 求 a,b 间关系；
(2) 求 $|PQ|$ 的最小值；
(3) 以 P 为圆心作圆，使它与圆 O 有公共点，试在其中求出半径最小的圆的方程.